MATEMÁTICAS I BACHILLERATO Opción C

SOLUCIONES

Evaluación ____________ Fecha ____________

Ejercicio nº 1.-

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

$$\log_7 2401 - \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} + \log_2 \sqrt[5]{8}$$

b) Si $\log k = 0{,}7$ **calcula** $\log\left(\frac{\sqrt[3]{k}}{100}\right)$.

Solución:

a) $\log_7 7^4 - \log_3 3^{-1/2} + \log_2 2^{3/5} = 4 - \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{5} = 4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{51}{10}$

b) $\log \frac{\sqrt[3]{k}}{100} = \log \sqrt[3]{k} - \log 100 = \log k^{1/3} - \log 10^2 = \frac{1}{3}\log k - 2\log 10 = \frac{1}{3} \cdot 0{,}7 - 2 \cdot 1 = 0{,}23 - 2 = -1{,}77$

Ejercicio nº 2.-

Obtén el término general de cada una de las siguientes sucesiones:

a) 4; 0,8; 0,16; 0,032; …

b) 2, 9, 28, 65, 126, …

Solución:

a) Es una progresión geométrica con $a_1 = 4$ y $r = 0{,}2$. Por tanto:

$$a_n = 4 \cdot (0{,}2)^{n-1}$$

b) $a_n = n^3 + 1$

Ejercicio nº 3.-

Resuelve:

a) $\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{x - 2y = -1} \\ \boldsymbol{\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6}} \end{array}\right\}$

b) $\boldsymbol{\dfrac{2x-1}{3} - 2 < x - \dfrac{x+1}{2}}$

Solución:

a) $x = -1 + 2y$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \quad \Rightarrow \quad 6(y + x) = 5xy$$

$$6y + 6x = 5xy \quad \Rightarrow \quad 6y + 6(-1 + 2y) = 5(-1 + 2y)y$$

$$6y - 6 + 12y = -5y + 10y^2 \quad \Rightarrow \quad 10y^2 - 23y + 6 = 0$$

$$y = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 240}}{20} = \frac{23 \pm 17}{20} \begin{cases} y = 2 \quad \rightarrow \quad x = 3 \\ y = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10} \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{-2}{5} \end{cases}$$

b) $2(2x - 1) - 12 < 6x - 3(x + 1)$

$$4x - 2 - 12 < 6x - 3x - 3$$

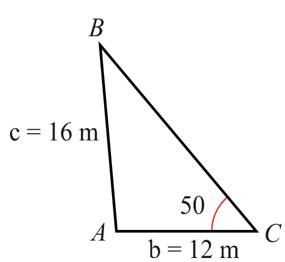
$$x < 11 \quad \rightarrow \quad \text{intervalo } (-\infty, 11)$$

Ejercicio nº 4.-

Resuelve el siguiente triángulo:

$\boldsymbol{b = 12 \text{ m}, c = 16 \text{ m}, \hat{C} = 50^\circ}$

Solución:



• Aplicamos el teorema de los senos para hallar el ángulo $\hat{B}$:

$$\frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}} \quad \rightarrow \quad \frac{12}{sen\hat{B}} = \frac{16}{sen50^\circ}$$

$$sen\hat{B} = \frac{12sen50^\circ}{16} = 0,57; \quad \hat{B} = 35^\circ\, 4'\, 1''$$

• El ángulo $\hat{A}$ será:

$$\hat{A} = 180^\circ - \left(\hat{B} + \hat{C}\right) = 94^\circ\, 55'\, 59''$$

• Para hallar el lado *a*, aplicamos de nuevo el teorema de los senos:

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{c}{sen\hat{C}} \rightarrow \frac{a}{sen(94^\circ 55' 59'')} = \frac{16}{sen50^\circ} \rightarrow a = 20,81 \text{ m}$$

• Por tanto, la solución es:

$a = 20,91$ m; $\hat{A} = 94^\circ\, 55'\, 59''$
$b = 12$ m; $\hat{B} = 35^\circ 4'\, 1''$
$c = 16$ m; $\hat{C} = 50^\circ$

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

a) Demuestra la igualdad:

$$\frac{(\boldsymbol{cosx} + \boldsymbol{senx})^2 - (\boldsymbol{cosx} - \boldsymbol{senx})^2}{\boldsymbol{cos2x}} = \boldsymbol{2tg2x}$$

b) Resuelve la ecuación:

$$\boldsymbol{cos2x = 3senx - 1}$$

Solución:

a) $\dfrac{(cosx + senx)^2 - (cosx - senx)^2}{cos2x} = \dfrac{cos^2x + sen^2x + 2senx\, cosx - \left(cos^2x + sen^2x - 2senx\, cosx\right)}{cos2x} =$

$$= \frac{1 + sen2x - (1 - sen2x)}{cos2x} = \frac{1 + sen2x - 1 + sen2x}{cos2x} = \frac{2sen2x}{cos2x} = 2tg2x$$

b) $cos2x = 3senx - 1$

$$\cos^2 x - sen^2 x = 3senx - 1$$
$$1 - sen^2 x - sen^2 x = 3senx - 1$$
$$-2sen^2 x - 3senx + 2 = 0$$
$$2sen^2 x + 3senx - 2 = 0$$

$$senx = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} \begin{cases} senx = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ sen = -2 \quad \text{(no vale)} \end{cases}$$

$$senx = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 360^\circ k \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \quad \text{con } k \in \mathbf{Z}$$

Ejercicio nº 6.-

a) Escribe en forma binómica $z = 2_{30^\circ}$

b) Halla su opuesto y su conjugado en forma binómica y polar.

c) Representa z, $-z$ y $\bar{z}$.

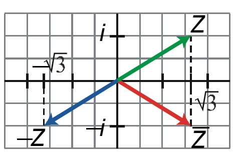
Solución:

a) $z = 2_{30^\circ} = 2\left(\cos 30^\circ + isen30^\circ\right) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} + i$

b) *Opuesto*: $-z = -\sqrt{3} - i = 2_{210^\circ}$

Conjugado: $\bar{z} = \sqrt{3} - i = 2_{330^\circ}$

c)



Ejercicio nº 7.-

Halla:

a) $\frac{(2+2i)}{-1+3i} - i^{28}$

b) $\sqrt[3]{27i}$

Solución:

a) $\dfrac{(2+2i)}{-1+3i} - i^{28} = \dfrac{(2+2i)(-1-3i)}{(-1+3i)(-1-3i)} - 1 = \dfrac{-2-6i-2i-6i^2}{(-1)^2-(3i)^2} - 1 =$

$$= \frac{-2-8i+6}{1+9} - 1 = \frac{4-8i}{10} - 1 = \frac{2(2-4i)}{10} - 1 = \frac{2-4i}{5} - 1 =$$

$$= \frac{2-4i-5}{5} = \frac{-3-4i}{5} = \frac{-3}{5} - \frac{4}{5}i$$

b) $\sqrt[3]{27i} = \sqrt[3]{27_{90^\circ}} = 3_{\frac{90^\circ+360^\circ n}{3}} = 3_{30^\circ+120^\circ n}$ para $n = 0, 1, 2$

Las tres raíces son:

$$3_{30^\circ} = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$$3_{150^\circ} = 3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right) = \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$$3_{270^\circ} = 3(0-i) = -3i$$

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Halla el valor de k para que los puntos $A(3,-2)$, $B(1,5)$ y $C(10,k)$ estén alineados.

Solución:

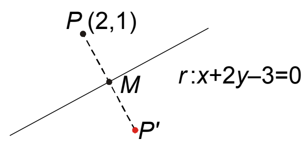
Para que estén alineados, las coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ y de $\overrightarrow{AC}$ han de ser proporcionales :

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (-2, 7)\\ \overrightarrow{AC} = (7, k+2)\end{array}\right\} \quad \frac{k+2}{7} = \frac{7}{-2} \quad \to \quad -2(k+2) = 49 \quad \to \quad k+2 = \frac{-49}{2} \quad \to \quad k = \frac{-53}{2}$$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Halla las coordenadas del punto simétrico de $P(2,1)$ respecto a la recta $x + 2y - 3 = 0$.

Solución:



- Hallamos la recta, s, perpendicular a r que pase por P:

$$2x - y + k = 0$$
$$4 - 1 + k = 0 \quad \to \quad k = -3 \quad \to \quad s: 2x - y - 3 = 0$$

- Hallamos el punto de corte, M, de r y s:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y - 3 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{9}{5} \\ y = \dfrac{3}{5} \end{array}\right\} \quad \to \quad M\left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

- M es el punto medio de PP'. Así, si $P'(x, y)$, entonces:

$$\left(\frac{2+x}{2}, \frac{1+y}{2}\right) = \left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

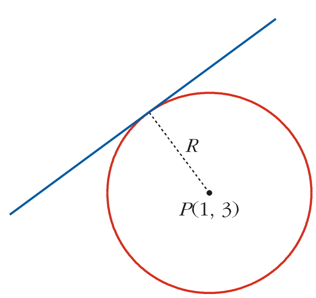
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{2+x}{2} = \dfrac{9}{5} \\ \dfrac{1+y}{2} = \dfrac{3}{5} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 10 + 5x = 18 \\ 5 + 5y = 6 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 5x = 8 \\ 5y = 1 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{8}{5} \\ y = \dfrac{1}{5} \end{array}\right\}$$

Por tanto, $P'\left(\frac{8}{5}, \frac{1}{5}\right)$.

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto P (1, 3), y que es tangente a la recta r: $4x + 3y - 1 = 0$.

Solución:



- El radio, R, de la circunferencia es igual a la distancia del centro, P (1, 3), a la recta tangente, r: $4x + 3y - 1 = 0$:

$$R = dist(P, r) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{16+9}} = \frac{|4+9-1|}{\sqrt{25}} = \frac{12}{5}$$

• La ecuación de la circunferencia será:

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2; \text{ es decir:}$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = \frac{144}{25} \quad \rightarrow \quad x^2 + y^2 - 2x - 6y - \frac{106}{25} = 0$$

$$25x^2 + 25y^2 - 50x - 150y - 106 = 0$$

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Calcula los límites siguientes y representa gráficamente los resultados que obtengas:

a) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4}$

b) $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\displaystyle \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4}$

Solución:

a) $\displaystyle \lim_{x \to 0} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

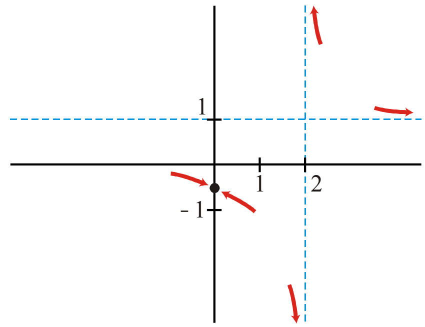
b) $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4} = 1$

c) $\displaystyle \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+1)}{(x-2)}$

Hallamos los límites laterales:

$\displaystyle \lim_{x \to 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty; \quad \lim_{x \to 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty$

Representación:



Ejercicio nº 12.-

Calcula $f'(x)$ en cada caso:

a) $f(x) = 8x^5 - 2x^3 + \frac{1}{3}$

b) $f(x) = (x^4 - 3x)e^x$

c) $f(x) = sen\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right)$

Solución:

a) $f'(x) = 40x^4 - 6x^2$

b) $f'(x) = (4x^3 - 3)e^x + (x^4 - 3x)e^x = (4x^3 - 3 + x^4 - 3x)e^x = (x^4 + 4x^3 - 3x - 3)e^x$

c) $f'(x) = cos\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right) \cdot \frac{x^2 - 1 - x \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} =$

$= cos\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right) \cdot \frac{x^2 - 1 - 2x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2} \cdot cos\left(\frac{x}{x^2 - 1}\right)$

Ejercicio nº 13.-

a) Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 2x - 3x^2$ en el punto de abscisa $x = 2$.
b) Halla los tramos en los que $f(x)$ es creciente y en los que es decreciente.

Solución:

a) • $f'(x) = 2 - 6x$

- La pendiente de la recta es $f'(2) = -10$.
- Cuando $x = 2$, $y = -8$.
- La recta será:

$$y = -8 - 10(x-2) = -8 - 10x + 20 = -10x + 12$$

b) • Estudiamos el signo de la derivada:

$$2 - 6x > 0 \quad \Rightarrow \quad 2 > 6x \quad \Rightarrow \quad x < \frac{2}{6} \quad \Rightarrow \quad x < \frac{1}{3}$$

$$2 - 6x < 0 \quad \Rightarrow \quad 2 < 6x \quad \Rightarrow \quad x > \frac{2}{6} \quad \Rightarrow \quad x > \frac{1}{3}$$

- Es creciente en $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ y decreciente en $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$, y tiene un máximo en $x = \frac{1}{3}$.

Ejercicio nº 14.-

a) Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x^2 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 2x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

b) Represéntala gráficamente.

Solución:

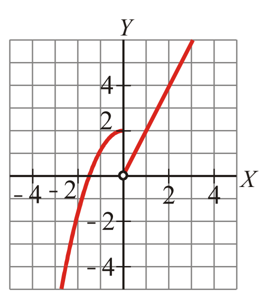
a) • Si $x \neq 0$, la función es continua.

- Si $x = 0$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left(2 - x^2\right) = 2 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \left(2x\right) = 0 \end{array}\right\} \text{Son distintos. La función es discontinua en } x = 0.$$

b) • Si $x \leq 0$, es un trozo de parábola.

- Si $x > 0$, es un trozo de recta.
- La gráfica es:



Ejercicio nº 15.-

a) Representa gráficamente la siguiente función:

$$\boldsymbol{f(x) = x^4 - 8x^2}$$

b) Ayudándote de la gráfica, estudia el dominio de *f*(*x*), su continuidad y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución:

a) • $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(x^4 - 8x^2\right) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(x^4 - 8x^2\right) = +\infty$

- Puntos de corte con los ejes:

$$\text{Con el eje } X \rightarrow \quad x^4 - 8x^2 = x^2\left(x^2 - 8\right) = 0$$

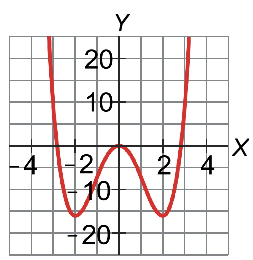
$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto } (0,0) \\ x = -\sqrt{8} = -2{,}8 \rightarrow \text{Punto } (-2{,}8;\ 0) \\ x = \sqrt{8} = 2{,}8 \rightarrow \text{Punto } (2{,}8;\ 0) \end{cases}$$

$$\text{Con el eje } Y \rightarrow \quad x = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow \text{Punto } (0,0)$$

- Puntos singulares:

$$f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x\left(x^2 - 4\right) = 0 \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto } (0,0) \\ x = -2 \rightarrow \text{Punto } (-2,-16) \\ x = 2 \rightarrow \text{Punto } (2,-16) \end{cases}$$

- Gráfica:



b) • Dominio = **R**

- Es una función continua.
- Es decreciente en $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ y creciente en $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

Ejercicio nº 16.-

a) Representa gráficamente la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^2}{1 - x^2}$$

b) A partir de la gráfica, estudia la continuidad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f(x)$.

Solución:

a) • Dominio $= \mathbf{R} - \{-1, 1\}$

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \to \quad x^2 = 0 \quad \to \quad x = 0 \quad \to \quad$ Punto $(0, 0)$

Con el eje $Y \to \quad x = 0 \quad \to \quad y = 0 \quad \to \quad$ Punto $(0,0)$

• Asíntotas verticales: $x = -1$ y $x = 1$.

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$$
$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$$

• Asíntota horizontal: $y = -1$

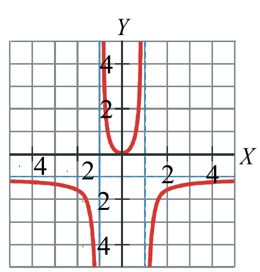
$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1; \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$$

• Puntos singulares:

$$f'(x) = \frac{2x(1 - x^2) - x^2 \cdot (-2x)}{(1 - x^2)^2} = \frac{2x - 2x^3 + 2x^3}{(1 - x^2)^2} = \frac{2x}{(1 - x^2)^2} = 0$$

$\Rightarrow \quad x = 0 \quad \to \quad y = 0 \quad \to \quad$ Punto $(0, 0)$

• Gráfica:



b)

• Continuidad:

Si $x \neq -1$ y $x \neq 1$, es continua.

En $x = -1$ y en $x = 1$ es discontinua, pues tiene dos ramas infinitas (asíntotas verticales).

• Decreciente en $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ y creciente en $(0, 1) \cup (1, +\infty)$.

Ejercicio nº 17.-

Las estaturas y los pesos de cinco personas vienen recogidas en la siguiente tabla:

Estatura (cm)	**160**	**150**	**160**	**170**	**150**
Peso (kg)	**55**	**58**	**53**	**60**	**51**

Halla el coeficiente de correlación y la recta de regresión de esta distribución. ¿Qué podemos afirmar acerca de la relación entre estas dos variables?

Solución:

- Llamamos x a la estatura e y al peso.

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
160	55	25600	3025	8800
150	58	22500	3364	8700
160	53	25600	2809	8480
170	60	28900	3600	10200
150	61	22500	2601	7650
790	277	125100	15399	43850

Medias:

$$\bar{x} = \frac{790}{5} = 158; \quad \bar{y} = \frac{277}{5} = 55,4$$

Desviaciones típicas:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{125.100}{5} - 158^2} = \sqrt{156} = 7,48$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{15.399}{5} - 55,4^2} = \sqrt{10,64} = 3,26$$

Covarianza: $\sigma_{xy} = \dfrac{43.830}{5} - 158 \cdot 55,4 = 12,8$

- Coeficiente de correlación: $r = \dfrac{12,8}{7,48 \cdot 3,26} = 0,52$

- Recta de regresión:

$$m_{yx} = \frac{12,8}{56} = 0,23 \quad \to \quad y = 55,4 + 0,23(x - 158) = 0,23x + 19,06$$

• La relación entre las dos variables es positiva (a mayor estatura, mayor peso), pero débil.

<u>Ejercicio nº 18.-</u>

De dos sucesos, A y B, sabemos que: $P[A] = 1/2$; $P(B') = 2/3$ y $P[A' \cup B'] = 3/4$

Calcula $P[A \cap B]$, $P[A/B]$ y $P[B/A']$.

Solución:

- $P[A' \cup B'] = P[(A \cap B')] = 1 - P[A \cap B] = 3/4 \quad \Rightarrow \quad P[A \cap B] = \dfrac{1}{4}$
- $P[B'] = \dfrac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad P[B] = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

  $P[A/B] = \dfrac{P[A \cap B]}{P[B]} = \dfrac{1/4}{1/3} = \dfrac{3}{4}$
- $P[B/A'] = \dfrac{P[B \cap A']}{P[A']} = \dfrac{P[B] - P[A \cap B]}{1 - P[A]} = \dfrac{\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{4}}{1 - \dfrac{1}{2}} = \dfrac{5/12}{1/2} = \dfrac{5}{6}$

<u>Ejercicio nº 19.-</u>

En una empresa, el 40% de los trabajadores son mujeres. El 5% de los hombres ocupa un puesto directivo y el 10% de la mujeres también. Si elegimos una persona de la empresa al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Ocupe un puesto directivo.
b) Sea una mujer, sabiendo que ocupa un puesto directivo.

Solución:

- Hacemos un diagrama en árbol:

$$
\begin{array}{lll}
 & & \xrightarrow{0,1} \text{Directivo} \rightarrow P[M \text{ y } D] = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \\
\xrightarrow{0,4} & \text{Mujeres} & \\
 & & \xrightarrow{0,9} \text{No direct.} \\
 & & \xrightarrow{0,05} \text{Directivo} \rightarrow P[H \text{ y } D] = 0,6 \cdot 0,05 = 0,03 \\
\xrightarrow{0,6} & \text{Hombres} & \\
 & & \xrightarrow{0,95} \text{No direct.}
\end{array}
$$

a) $P[D] = 0,04 + 0,03 = 0,07$

b) $P[M/D] = \frac{P[M \text{ y } D]}{P[D]} = \frac{0,04}{0,07} = 0,57$

Ejercicio nº 20.-

Lanzamos un dado cinco veces seguidas. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Más de tres unos.
b) Ningún uno.

Solución:

- Se trata de una binomial $B\left(5, \frac{1}{6}\right)$.

a) $P[x > 3] = P[x = 4] + P[x = 5] = \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right) + \binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 =$

$= 5 \cdot \frac{5}{6^5} + \frac{1}{6^5} = \frac{26}{6^5} = 0,00334$

b) $P[x = 0] = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 0,402$

Ejercicio nº 21.-

El cociente intelectual es una variable cuya distribución es $N(100, 16)$.
Calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar tenga un cociente intelectual:

a) Superior a 120.
b) Entre 90 y 110.

Solución:

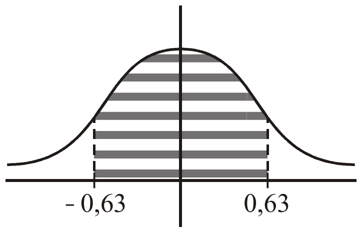
x es $N(100, 16) \rightarrow z$ es $N(0, 1)$

a) $P[x > 120] = P\left[z > \frac{120 - 100}{16}\right] = P[z > 1,25] =$

$= 1 - P[z \leq 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

b) $P[90 < x < 110] = P\left[\frac{90 - 100}{16} < z < \frac{110 - 100}{16}\right] =$

$= P[-0,63 < z < 0,63] = 2P[z < 0,63] - 1 = 2 \cdot 0,7357 - 1 = 0,4714$



Ejercicio nº 22.-

La probabilidad de que un determinado producto salga defectuoso es del 0,5%. Si se han fabricado 1 000 productos, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de 20 defectuosos?

Solución:

Si llamamos $x = B(1000;\ 0{,}005)$, tenemos que calcular $P\,[x < 20]$.

Lo hacemos aproximando con una normal:

$$\mu = n \cdot P = 1000 \cdot 0{,}005 = 5; \quad \sigma = \sqrt{nPq} = 2{,}23$$

• Entonces:

$$x \text{ es } B(1000;\ 0{,}005) \quad \rightarrow \quad x' \text{ es } N(5;\ 2{,}23) \quad \rightarrow \quad z \text{ es } N(0,\ 1)$$

• Así:

$$P[\,x < 20] = P[\,x' \leq 19{,}5] = P\left[\,z \leq \frac{19{,}5 - 5}{2{,}23}\right] = P[\,z \leq 6{,}5] = 1$$