NOMBRE Y APELLIDOS____

FECHA ______________________ CURSO________ FICHA TEMA 8: T. PITÁGORAS. SEMEJANZA

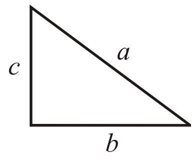
1. Los lados de un triángulo miden, respectivamente, 9 cm, 12 cm y 15 cm. Averigua si el triángulo es rectángulo.

Solución:

Según el teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$. Como $15^2 = 9^2 + 12^2$, la respuesta es sí.

2. Los dos lados menores de un triángulo rectángulo miden 6 cm y 8 cm. ¿Cuánto mide el tercer lado?

Solución:

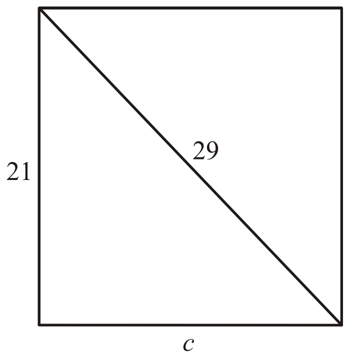


Por Pitágoras,

$a^2 = b^2 + c^2 \;\rightarrow\; a^2 = 6^2 + 8^2 \;\rightarrow\; a^2 = 36 + 64 \;\rightarrow\; a = \sqrt{100} = 10$ cm

3. La diagonal de un rectángulo mide 29 cm y uno de sus lados mide 21 cm. ¿Cuánto mide el otro lado?

Solución:

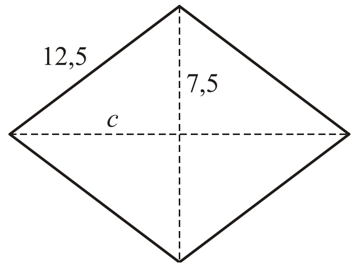


Por Pitágoras,

$a^2 = b^2 + c^2 \;\rightarrow\; c^2 = a^2 - b^2 \;\rightarrow\; c^2 = 29^2 - 21^2 \;\rightarrow\; c = \sqrt{400} \;\rightarrow\; c = 20$ cm

4. El lado de un rombo mide 12,5 cm y una de sus diagonales mide 15 cm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?

Solución:

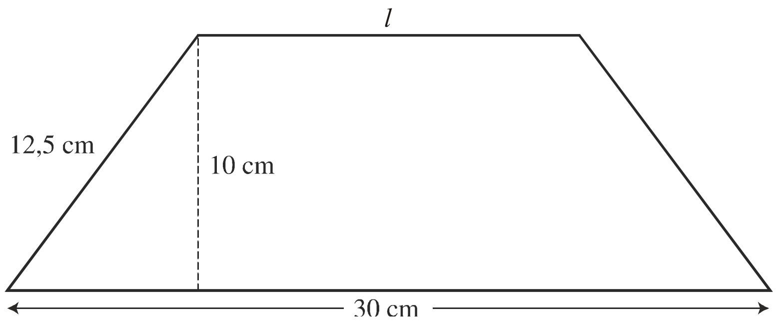


Por Pitágoras,

$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = 12{,}5^2 - 7{,}5^2 \quad \rightarrow \quad c = \sqrt{100} \quad \rightarrow \quad c = 10$ cm

La otra diagonal mide $10 \cdot 2 = 20$ cm.

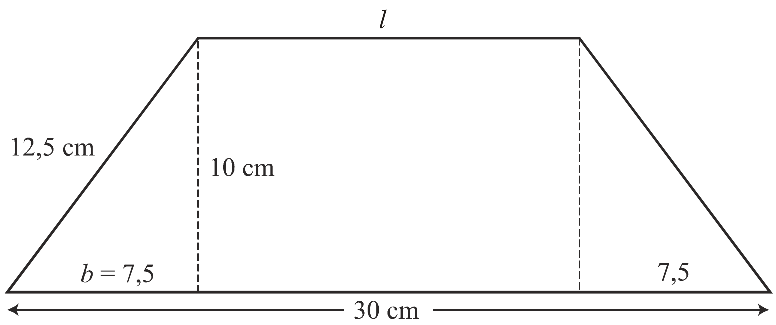
5. Observa la figura y calcula la longitud del lado *l*:



Solución:

Por Pitágoras,

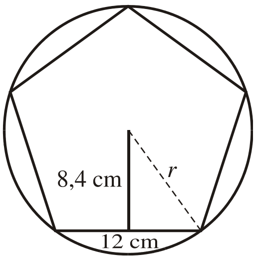
$b^2 = a^2 - c^2 \quad \rightarrow \quad b^2 = 12{,}5^2 - 10^2 \quad \rightarrow \quad b = \sqrt{56{,}25} \quad \rightarrow \quad b = 7{,}5$ cm



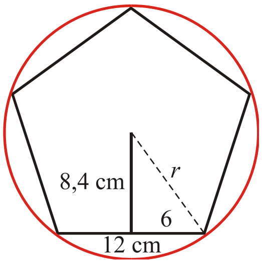
Así,

$7{,}5 \cdot 2 = 15$ cm $\quad \rightarrow \quad 30 - 15 = 15$ cm $\quad \rightarrow \quad l = 15$ cm

6. Halla el radio de la circunferencia en la que está inscrito un pentágono regular de 12 cm de lado y 8,4 cm de apotema (aproxima hasta las décimas).



Solución:

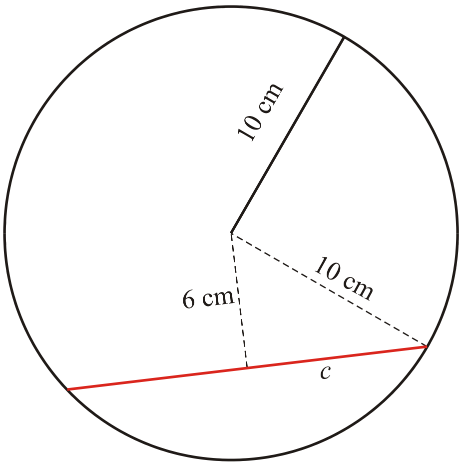


Si r es el radio,

$r^2 = 6^2 + 8,4^2 \quad \rightarrow \quad r = \sqrt{106,56} \quad \rightarrow \quad r \approx 10,3$ cm

7. Una circunferencia de 10 cm de radio es cortada por una cuerda que está separada 6 cm del centro de la circunferencia. ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

Solución:



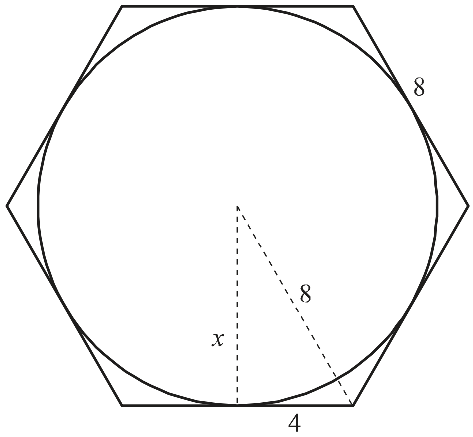
Por Pitágoras,

$a^2 = b^2 + c^2 \;\rightarrow\; c^2 = a^2 - b^2 \;\rightarrow\; c^2 = 10^2 - 6^2 \;\rightarrow\; c = \sqrt{64} \;\rightarrow\; c = 8$ cm

La longitud de la cuerda es 8 · 2 = 16 cm.

8. Calcula el radio de la circunferencia inscrita en un hexágono regular de 8 cm de lado.

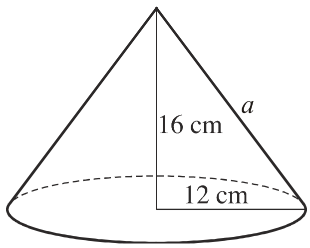
Solución:



Por Pitágoras,

$8^2 = x^2 + 4^2 \rightarrow x^2 = 8^2 - 4^2 \rightarrow x = \sqrt{48} \approx 6{,}9$ cm

9. ¿Cuál es la distancia mínima que debe recorrer una hormiga para subir desde la base hasta el vértice del cono?



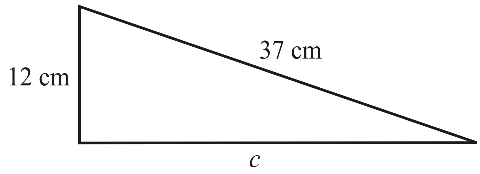
Solución:

Por Pitágoras,

$a^2 = 16^2 + 12^2 \rightarrow a = \sqrt{400} \rightarrow a = 20$ cm

10. Calcula el área y el perímetro de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 37 cm y uno de los catetos mide 12 cm.

Solución:



Por Pitágoras,

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = 37^2 - 12^2 \quad \rightarrow \quad c = \sqrt{1225} \quad \rightarrow \quad c = 35 \text{ cm}$$

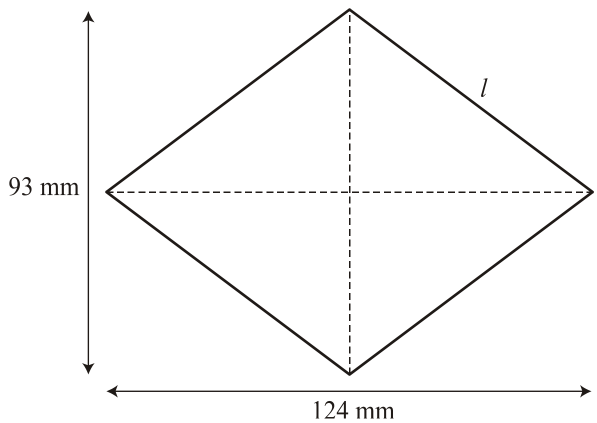
Así,

Perímetro $= 35 + 12 + 37 = 84$ cm

$$S = \frac{c \cdot c'}{2} = \frac{12 \cdot 35}{2} = 210 \text{ cm}^2$$

11. Las dos diagonales de un rombo miden 124 mm y 93 mm. Calcula su área y su perímetro.

Solución:



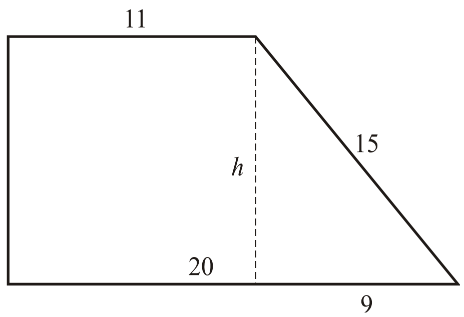
$$l^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 \rightarrow l^2 = 46{,}5^2 + 62^2 \rightarrow l = \sqrt{6006{,}25} \rightarrow l = 77{,}5 \text{ mm}$$

Así, el perímetro es: 77,5 · 4 = 310 mm

Y el área es: $S = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{124 \cdot 93}{2} = 5766 \text{ mm}^2$

12. Halla el área y el perímetro de un trapecio rectángulo de bases 11 cm y 20 cm, y lado inclinado de 15 cm.

Solución:

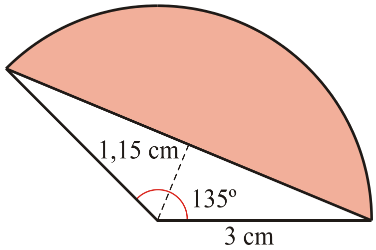


Se tiene que $h^2 = 15^2 - 9^2 \rightarrow h = \sqrt{144} \rightarrow h = 12$ cm

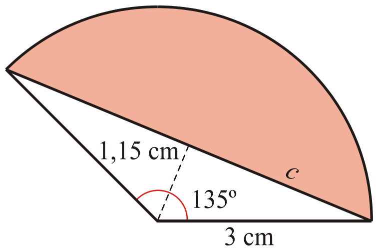
El área es: $S = \frac{(b+b')\cdot h}{2} = \frac{(20+11)\cdot 12}{2} = 186 \text{ cm}^2$

Y el perímetro es: 11 + 12 + 20 + 15 = 58 cm

13. Calcula la superficie y el perímetro de este segmento circular:



Solución:



$c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c^2 = 3^2 - 1{,}15^2 \rightarrow c = 2{,}8$ cm

2,8 · 2 = 5 cm es la base del triángulo.

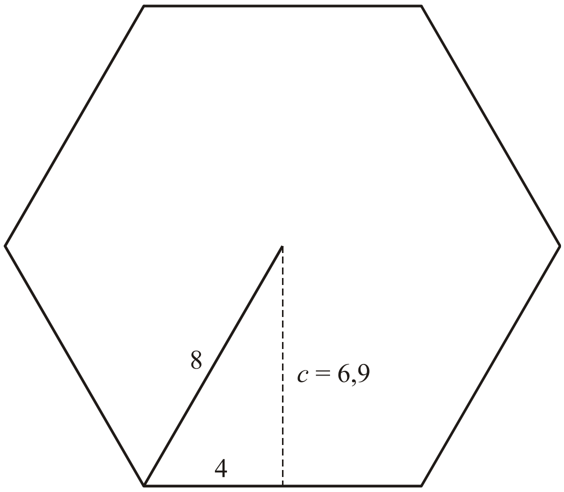
Área del sector circular: $S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n}{360} = \frac{3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 135}{360} = 10{,}6 \text{ cm}^2$

Área del triángulo $S = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{5{,}6 \cdot 1{,}15}{2} = 3{,}2 \text{ cm}^2$

Así, el área del segmento es: $10{,}6 - 3{,}2 = 7{,}4 \text{ cm}^2$

14. Calcula el área y el perímetro de un hexágono regular de 8 cm de lado.

Solución:



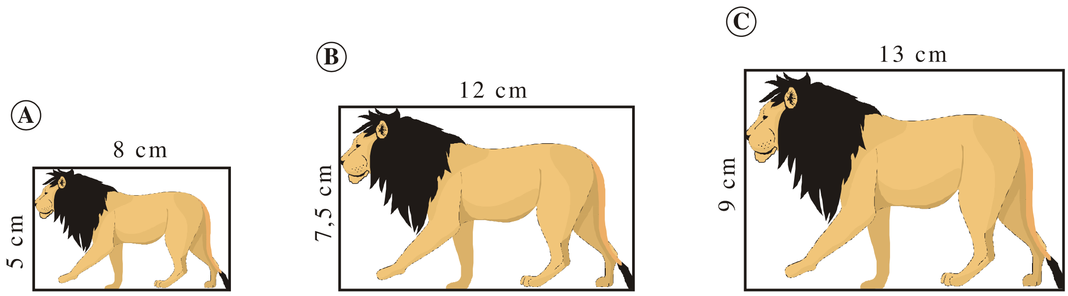
$c^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = 8^2 - 4^2 \quad \rightarrow \quad c = 6{,}9 \ \text{ cm}$

Así,

Perímetro = 8 · 6 = 48 cm

$$\text{Área} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{48 \cdot 6{,}9}{2} = 165{,}6 \ \text{ cm}^2$$

15. Observa estas tres fotografías e indica si son semejantes entre sí y por qué:



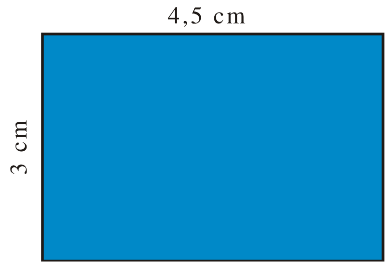
Solución:

$\frac{12}{8} = \frac{7{,}5}{5} \rightarrow$ A y B sí son semejantes.

$\frac{13}{12} \neq \frac{9}{7{,}5} \rightarrow$ B y C no son semejantes.

16. Las dimensiones de un rectángulo son 6 cm y 9 cm. Construye un rectángulo semejante de forma que la razón de semejanza sea 1/2.

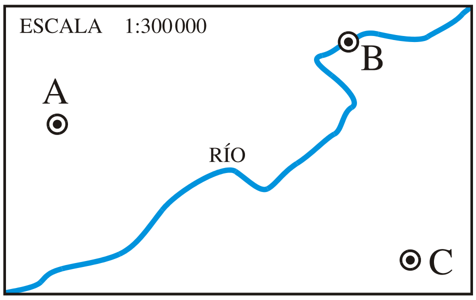
Solución:



$$6 \cdot \frac{1}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$9 \cdot \frac{1}{2} = 4{,}5 \text{ cm}$$

17. Mide sobre el plano $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ y averigua cuáles son las verdaderas distancias entre estos tres pueblos.



Solución:

- Distancias en el plano:

$\overline{AB} = 4 \text{ cm}$; $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$; $\overline{AC} = 5 \text{ cm}$

- Distancias reales:

$$\frac{1}{300000} = \frac{4}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = 300000 \cdot 4 \text{ cm} = 12 \text{ km}$$

$$\overline{BC} = 300000 \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ km}$$

$$\overline{AC} = 300000 \cdot 5 \text{ cm} = 15 \text{ km}$$

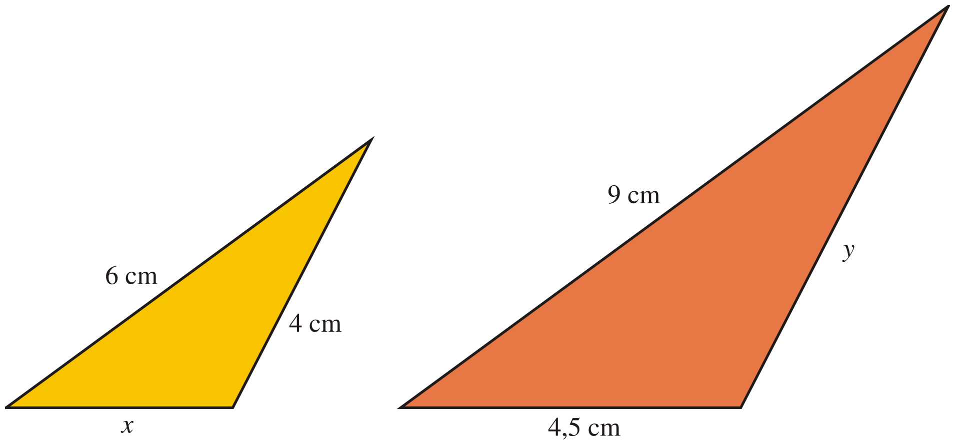
18. La distancia que separa dos puntos en la realidad es de 2 km. En un plano están separados por 5 cm. ¿Cuál es la escala del plano?

Solución:

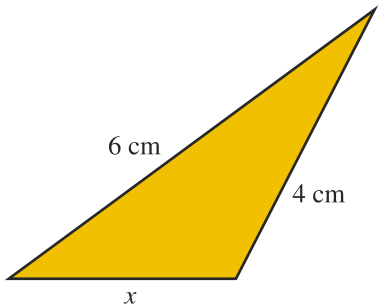
$$\frac{200000}{5} = 40000$$

Escala ® 1:40 000

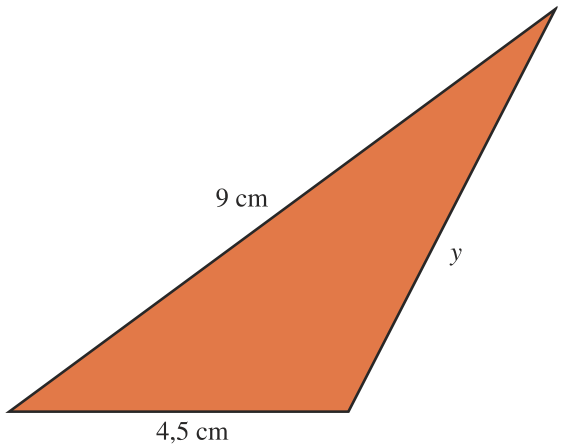
19. Estos dos triángulos son semejantes. Calcula la longitud de los lados que le faltan a cada uno de ellos:



Solución:

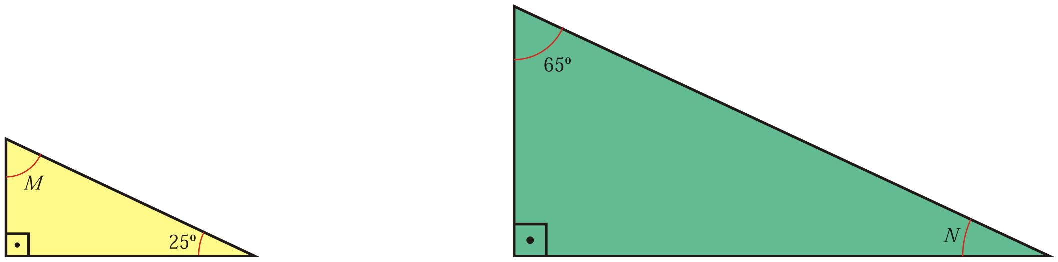


$$\frac{9}{6} = \frac{4,5}{x} \rightarrow x = \frac{27}{9} = 3 \text{ cm}$$



$$\frac{9}{6}=\frac{y}{4} \rightarrow y=\frac{36}{6}=6 \text{ cm}$$

20. Razona, apoyándote en los criterios de semejanza entre triángulos rectángulos, por qué son semejantes estos dos triángulos:



Solución:

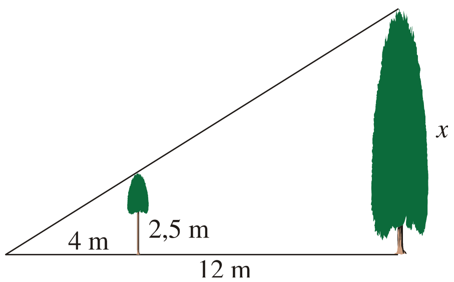
Los ángulos del triángulo pequeño miden 90°, 25° y M = 180° - 90° - 25° = 65°.

Los ángulos del triángulo grande miden 90°, 65° y N = 180° - 90° - 65° = 25°.

Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen igual uno de los ángulos agudos.

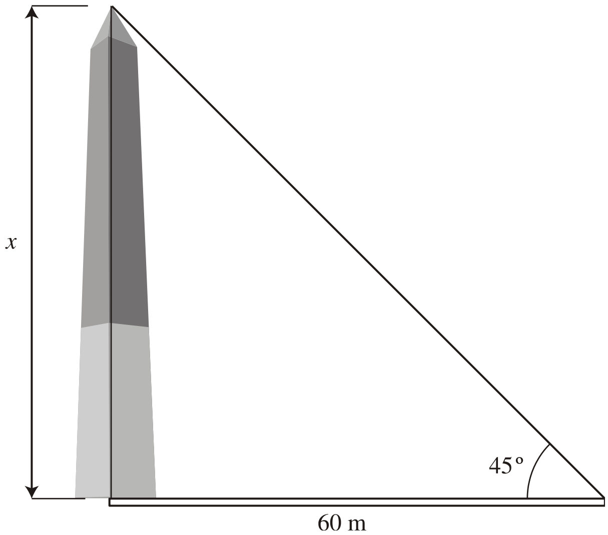
21. Calcula la altura de un árbol que proyecta una sombra de 12 metros en el momento en que otro árbol que mide 2,5 m proyecta una sombra de 4 metros.

Solución:

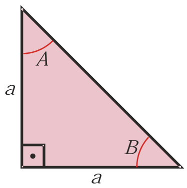


$$\frac{4}{2{,}5}=\frac{12}{x} \quad \rightarrow \quad x=\frac{30}{4}=7{,}5 \text{ m}$$

22. Observa las medidas del gráfico y calcula la altura de este obelisco:



Solución:



$$\hat{A} = \hat{B} = 45°$$

El triángulo es un triángulo rectángulo isósceles y, por tanto, los lados que forman el ángulo recto son iguales.
El obelisco mide, pues, 60 m.