

Bioestadística

Sesión 3: Intervalos de confianza

*proporción

*diferencia de proporciones

José Aurelio Pina Romero

Ja.pina@ua.es

Bioestadística - Grado Enfermería

UA- Departamento de Enfermería

¿Qué vamos a ver?

- Intervalo de confianza para una proporción
- Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

- RECORDAMOS
 - Si aumenta el nivel de confianza → aumenta tamaño del IC
 - Si aumentamos el tamaño muestral → disminuye el tamaño IC

Intervalo de confianza para una proporción(p)

$$IC_{1-a}(p) = \hat{p} \pm z_{1-a/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$

$$z = \frac{\bar{X} - m}{\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)} \sim N(0,1)$$

$$\begin{aligned} n \cdot \hat{p} &\geq 5 \\ n \cdot (1 - \hat{p}) &\geq 5 \end{aligned}$$

- 1) Expresar el Intervalo de confianza
- 2) Conocer la distribución muestral asociada, y calcular el coeficiente. Requerimientos.
- 3) construir el Intervalo de Confianza

Intervalo de confianza para una proporción(p)

0	E	Ac1	Pr	Ac2	T	0	E	Ac1	Pr	Ac2	T
1	28	1	1	1	6.5	32	31	1	2	1	2.0
2	30	2	1	2	3.5	33	32	1	2	1	3.5
3	22	1	1	1	8.5	34	17	1	2	1	7.5
4	25	1	1	1	2.5	35	28	2	2	1	4.0
5	32	2	1	2	0.0	36	26	1	2	1	3.5
6	21	1	1	1	6.0	37	26	1	2	1	3.5
7	18	1	1	2	0.0	38	23	1	2	1	6.0
8	25	1	1	2	0.0	39	28	2	2	2	7.0
9	36	2	1	2	1.5	40	22	1	2	1	6.0
10	30	1	1	2	0.0	41	22	1	2	1	7.0
11	23	1	1	1	6.0	42	33	2	2	2	0.0
12	24	1	1	1	3.0	43	34	2	2	1	0.5
13	28	2	1	2	1.5	44	25	1	2	2	0.0
14	39	2	1	2	0.0	45	24	1	2	1	8.0
15	25	1	1	1	4.5	46	26	2	2	1	5.0
16	25	1	1	2	0.0	47	27	2	2	1	4.0
17	22	1	1	1	6.5	48	29	2	2	1	3.0
18	27	2	1	2	2.0	49	31	2	2	1	0.0
19	29	2	1	2	0.0	50	34	1	2	1	2.5
20	33	2	1	2	1.0	51	25	1	2	1	3.0
21	34	1	1	1	4.5	52	38	2	2	1	2.0
22	30	1	1	2	0.5	53	32	2	2	1	2.0
23	21	1	1	1	4.5	54	21	1	2	1	5.0
24	20	1	1	1	6.0	55	20	1	2	1	7.0
25	19	1	1	1	8.5	56	27	2	2	1	3.0
26	23	1	1	1	9.0	57	26	1	2	1	3.5
27	23	2	1	1	9.0	58	25	1	2	1	1.0
28	27	2	1	2	0.5	59	24	1	2	1	7.0
29	29	2	1	1	3.0	60	22	1	2	1	6.5
30	22	1	1	2	0.0	61	32	2	2	1	2.5
31	40	2	1	2	0.0	62	31	2	2	1	2.5

Estudio sobre lactancia (n=62). Interesa conocer cuál es el intervalo de confianza, de nivel 95%, para la proporción poblacional de mujeres primíparas con actitud positiva hacia la lactancia materna, antes del parto, y antes de que ninguna de ellas sea sometida a un programa educativo.

37 mujeres (59,7%) manifiestan tener una actitud positiva hacia la lactancia materna.

Intervalo de confianza para una proporción(p)

$$n \cdot \hat{p} \geq 5$$
$$n \cdot (1 - \hat{p}) \geq 5$$

$$p = 59,7\%$$
$$np = 62 \cdot 0,597 = 37$$
$$n(1-p) = 25$$

$$IC_{1-\alpha}(p) = \hat{p} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$
$$IC_{0,95}(p) = 0,597 \pm z_{0,975} \sqrt{\frac{0,597(1 - 0,597)}{62}}$$

Mediante la tabla de percentiles de la normal

Entonces el 95% de los intervalos que podrían construirse a partir de las diferentes muestras que podrían haberse obtenido por muestreo aleatorio, contendrán al verdadero valor del parámetro poblacional.

Intervalo de confianza para una proporción(p)

Por tanto, al 95% de confianza o con un nivel del 95% la proporción de mujeres que manifiestan tener una actitud positiva hacia la lactancia materna será un valor entre _____.

Existe una probabilidad de error (el intervalo no contendría a la proporcional poblacional) de 0,05 (5%).

Tabla 2(Cont.): Percentiles z_p de la distribución Normal $Z=N(0,1)$ $P(Z \leq z_p)=p$

P	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	P
0,500	0,000	0,003	0,005	0,008	0,010	0,013	0,015	0,018	0,020	0,023	5,00
0,510	0,025	0,028	0,030	0,033	0,035	0,038	0,040	0,043	0,045	0,048	5,10
0,520	0,050	0,053	0,055	0,058	0,060	0,063	0,065	0,068	0,070	0,073	5,20
0,530	0,075	0,078	0,080	0,083	0,085	0,088	0,090	0,093	0,095	0,098	5,30
0,540	0,100	0,103	0,105	0,108	0,111	0,113	0,116	0,118	0,121	0,123	5,40
0,550	0,126	0,128	0,131	0,133	0,136	0,138	0,141	0,143	0,146	0,148	5,50
0,560	0,151	0,154	0,156	0,159	0,161	0,164	0,166	0,169	0,171	0,174	5,60
0,570	0,176	0,179	0,181	0,184	0,187	0,189	0,192	0,194	0,197	0,199	5,70
0,580	0,202	0,204	0,207	0,210	0,212	0,215	0,217	0,220	0,222	0,225	5,80
0,590	0,228	0,230	0,233	0,235	0,238	0,240	0,243	0,246	0,248	0,251	5,90
0,600	0,253	0,256	0,259	0,261	0,264	0,266	0,269	0,272	0,274	0,277	6,00
0,610	0,279	0,282	0,285	0,287	0,290	0,292	0,295	0,298	0,300	0,303	6,10
0,620	0,305	0,308	0,311	0,313	0,316	0,319	0,321	0,324	0,327	0,329	6,20
0,630	0,332	0,335	0,337	0,340	0,342	0,345	0,348	0,350	0,353	0,356	6,30
0,640	0,358	0,361	0,364	0,366	0,369	0,372	0,375	0,377	0,380	0,383	6,40
0,650	0,385	0,388	0,391	0,393	0,396	0,399	0,402	0,404	0,407	0,410	6,50
0,660	0,412	0,415	0,418	0,421	0,423	0,426	0,429	0,432	0,434	0,437	6,60
0,670	0,440	0,443	0,445	0,448	0,451	0,454	0,457	0,459	0,462	0,465	6,70
0,680	0,468	0,470	0,473	0,476	0,479	0,482	0,485	0,487	0,490	0,493	6,80
0,690	0,496	0,499	0,502	0,504	0,507	0,510	0,513	0,516	0,519	0,522	6,90
0,700	0,524	0,527	0,530	0,533	0,536	0,539	0,542	0,545	0,548	0,550	7,00
0,710	0,553	0,556	0,559	0,562	0,565	0,568	0,571	0,574	0,577	0,580	7,10
0,720	0,583	0,586	0,589	0,592	0,595	0,598	0,601	0,604	0,607	0,610	7,20
0,730	0,613	0,616	0,619	0,622	0,625	0,628	0,631	0,634	0,637	0,640	7,30
0,740	0,643	0,646	0,650	0,653	0,656	0,659	0,662	0,665	0,668	0,671	7,40
0,750	0,674	0,678	0,681	0,684	0,687	0,690	0,693	0,697	0,700	0,703	7,50
0,760	0,706	0,710	0,713	0,716	0,719	0,722	0,726	0,729	0,732	0,736	7,60
0,770	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755	0,759	0,762	0,765	0,769	7,70
0,780	0,772	0,776	0,779	0,782	0,786	0,789	0,793	0,796	0,800	0,803	7,80
0,790	0,806	0,810	0,813	0,817	0,820	0,824	0,827	0,831	0,834	0,838	7,90
0,800	0,842	0,845	0,849	0,852	0,856	0,860	0,863	0,867	0,871	0,874	8,00
0,810	0,878	0,882	0,885	0,889	0,893	0,896	0,900	0,904	0,908	0,912	8,10
0,820	0,915	0,919	0,923	0,927	0,931	0,935	0,938	0,942	0,946	0,950	8,20
0,830	0,954	0,958	0,962	0,966	0,970	0,974	0,978	0,982	0,986	0,990	8,30
0,840	0,994	0,999	1,003	1,007	1,011	1,015	1,019	1,024	1,028	1,032	8,40
0,850	1,036	1,041	1,045	1,049	1,054	1,058	1,063	1,067	1,071	1,076	8,50
0,860	1,080	1,085	1,089	1,094	1,098	1,103	1,108	1,112	1,117	1,122	8,60
0,870	1,126	1,131	1,136	1,141	1,146	1,150	1,155	1,160	1,165	1,170	8,70
0,880	1,175	1,180	1,185	1,190	1,195	1,200	1,206	1,211	1,216	1,221	8,80
0,890	1,227	1,232	1,237	1,243	1,248	1,254	1,259	1,265	1,270	1,276	8,90
0,900	1,282	1,287	1,293	1,299	1,305	1,311	1,317	1,323	1,329	1,335	9,00
0,910	1,341	1,347	1,353	1,359	1,366	1,372	1,379	1,385	1,392	1,398	9,10
0,920	1,405	1,412	1,419	1,426	1,433	1,440	1,447	1,454	1,461	1,468	9,20
0,930	1,476	1,483	1,491	1,499	1,506	1,514	1,522	1,530	1,538	1,546	9,30
0,940	1,555	1,563	1,572	1,580	1,589	1,598	1,607	1,616	1,626	1,635	9,40
0,950	1,645	1,655	1,665	1,675	1,685	1,695	1,706	1,717	1,728	1,739	9,50
0,960	1,751	1,762	1,774	1,787	1,799	1,812	1,825	1,838	1,852	1,866	9,60
0,970	1,881	1,896	1,911	1,927	1,943	1,960	1,977	1,995	2,014	2,034	9,70
0,980	2,054	2,075	2,097	2,120	2,144	2,170	2,197	2,226	2,257	2,290	9,80

$$Z_{0,975} = 1,96$$

Intervalo de confianza para una proporción(p)

A partir de la información proporcionada por el intervalo de confianza anterior, ¿puede ser admisible que tal proporción sea de 0.60?

R: con el resultado obtenido, al 95% de confianza no sería admisible una proporción que el 60% de mujeres manifiesta tener una actitud positiva hacía la lactancia materna puesto que 0,60 se encuentra en el intervalo de confianza.

Intervalo de confianza para una proporción(p)

En un estudio realizado para determinar el estado de salud de una comunidad se entrevistó a **82 personas**, preguntándoles acerca de su actividad física habitual. De las 82 personas encuestadas, 36 de ellas declararon practicar algún deporte de forma regular.

Construya el intervalo de confianza al nivel 0.95 para la proporción poblacional de práctica de algún deporte de forma regular.

$$\begin{aligned} n \cdot \hat{p} &\geq 5 \\ n \cdot (1 - \hat{p}) &\geq 5 \end{aligned}$$

$$IC_{1-\alpha}(p) = \hat{p} \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$

Intervalo de confianza para una proporción(p)

OTRA FORMA DE PREGUNTAR

Con una confianza del 95%, ¿entre qué valores se sitúa la proporción poblacional que practica algún deporte de forma regular?

Intervalo de confianza para una proporción(p)

A partir de la información proporcionada por el intervalo de confianza anterior, ¿puede ser admisible que tal proporción sea de 0.60?

Con el resultado obtenido, al 95% de confianza no sería admisible que el 60% de mujeres manifiesta tener una actitud positiva hacía la lactancia materna puesto que 0,60 se encuentra en el intervalo de confianza.

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

$$I_{1-\alpha}(p_1 - p_2) = \left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \right]$$

Requerimientos

Si , $n = n_1 + n_2$ está entre 20 y 40, y

$$n_2 \hat{p}_2 \geq 5$$

$$n_1 \hat{p}_1 \geq 5$$

$$n_2 (1 - \hat{p}_2) \geq 5$$

$$n_1 (1 - \hat{p}_1) \geq 5$$

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

0	E	Ac1	Pr	Ac2	T	0	E	Ac1	Pr	Ac2	T
1	28	1	1	1	6.5	32	31	1	2	1	2.0
2	30	2	1	2	3.5	33	32	1	2	1	3.5
3	22	1	1	1	8.5	34	17	1	2	1	7.5
4	25	1	1	1	2.5	35	28	2	2	1	4.0
5	32	2	1	2	0.0	36	26	1	2	1	3.5
6	21	1	1	1	6.0	37	26	1	2	1	3.5
7	18	1	1	2	0.0	38	23	1	2	1	6.0
8	25	1	1	2	0.0	39	28	2	2	2	7.0
9	36	2	1	2	1.5	40	22	1	2	1	6.0
10	30	1	1	2	0.0	41	22	1	2	1	7.0
11	23	1	1	1	6.0	42	33	2	2	2	0.0
12	24	1	1	1	3.0	43	34	2	2	1	0.5
13	28	2	1	2	1.5	44	25	1	2	2	0.0
14	39	2	1	2	0.0	45	24	1	2	1	8.0
15	25	1	1	1	4.5	46	26	2	2	1	5.0
16	25	1	1	2	0.0	47	27	2	2	1	4.0
17	22	1	1	1	6.5	48	29	2	2	1	3.0
18	27	2	1	2	2.0	49	31	2	2	1	0.0
19	29	2	1	2	0.0	50	34	1	2	1	2.5
20	33	2	1	2	1.0	51	25	1	2	1	3.0
21	34	1	1	1	4.5	52	38	2	2	1	2.0
22	30	1	1	2	0.5	53	32	2	2	1	2.0
23	21	1	1	1	4.5	54	21	1	2	1	5.0
24	20	1	1	1	6.0	55	20	1	2	1	7.0
25	19	1	1	1	8.5	56	27	2	2	1	3.0
26	23	1	1	1	9.0	57	26	1	2	1	3.5
27	23	2	1	1	9.0	58	25	1	2	1	1.0
28	27	2	1	2	0.5	59	24	1	2	1	7.0
29	29	2	1	1	3.0	60	22	1	2	1	6.5
30	22	1	1	2	0.0	61	32	2	2	1	2.5
31	40	2	1	2	0.0	62	31	2	2	1	2.5

Estudio sobre lactancia (n=62). Se desea saber si hay diferencias en la proporción inicial de actitud positiva hacia la lactancia materna entre las mujeres que han sido asignadas al programa educativo y las que no lo han sido. Entonces construiremos un intervalo de nivel 95% para la diferencia de proporciones.

$n_1 = 31$ (grupo no intervenido)
 $n_2 = 31$ (grupo intervenido)

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

$n_1 = 31$ (grupo no intervenido) \rightarrow 19 casos + $\rightarrow \hat{p}_1 = 19/31 = 0,613$

$n_2 = 31$ (grupo intervenido) \rightarrow 18 casos + $\rightarrow \hat{p}_2 = 18/31 = 0,581$

Entonces el intervalo para la diferencia de proporciones es:

$$I_{1-\alpha}(p_1 - p_2) = \left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \right]$$

Si, $n = n_1 + n_2$ está entre 20 y 40, y $n_2 \hat{p}_2 \geq 5$ $n_1 \hat{p}_1 \geq 5$
 $n_2(1-\hat{p}_2) \geq 5$ $n_1(1-\hat{p}_1) \geq 5$

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

Por tanto, al 95% de confianza o con un nivel del 95% la diferencia de proporciones entre mujeres que manifiestan tener una actitud positiva hacia la lactancia materna entre el grupo intervenido y no intervenido se encuentran entre _____.

Existe una probabilidad de error (el intervalo no contendría a la proporcional poblacional) de 0,05 (5%).

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

En un estudio realizado para determinar el estado de salud de una comunidad se entrevistó a 82 personas, preguntándoles acerca de su actividad física habitual. De las 82 personas encuestadas, 36 de ellas declararon practicar algún deporte de forma regular. 40 fueron hombres y el resto mujeres. De las 36 personas que declararon practicar ejercicio físico de forma regular, 10 eran mujeres y el resto hombres.

Analizar si con una probabilidad del 95% se puede asegurar que la proporción de practicar deporte es más alta en hombres que en mujeres

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

Para resolver el problema calcularemos un intervalo de confianza para una diferencia de proporciones al 95% y comprobaremos si dicho intervalo contiene el valor cero o no.

1.- Estimadores puntuales de las proporciones: $\hat{p}_1 = \frac{26}{40}$ $\hat{p}_2 = \frac{10}{42}$

2.- El percentil que buscamos sigue una distribución Normal con media 0 y varianza 1, al ser $\alpha=0,05$ el percentil que buscamos concretamente es

$$z_{1-\alpha/2} = z_{0,975} = 1,96$$

$$I_{1-\alpha}(p_1 - p_2) = \left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n}} \right] =$$

$$= \left[(0,65 - 0,24) \pm 1,96 \sqrt{\frac{0,65(1-0,65)}{40} + \frac{0,24(1-0,24)}{42}} \right]$$

$$= 0,41 \pm 1,96 * (0,10) = 0,41 \pm 0,197 = (0,213; 0,607)$$

Intervalo de confianza para una diferencia de proporciones

$$IC_{95\%} = (0,213 ; 0,607)$$

Como el intervalo **no contiene el cero**, **no se puede aceptar** con un 95% que $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0$, es decir, $\hat{p}_1 = \hat{p}_2$. Por tanto, aceptaremos que la proporciones entre hombres y mujeres que practican deporte es significativamente diferente. Además, como los dos extremos del intervalo son positivos, para todos sus valores $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0 \rightarrow \hat{p}_1 > \hat{p}_2$ lo que indica que la proporción de hombres que práctica deporte es mayor en hombres que en mujeres