

# PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD.

## BLOQUE ÁLGEBRA

1. Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $M$ , donde  $M$  es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica  $M^2 = M$ .

Obtener razonadamente:

- Todos los valores reales  $k$  para los que la matriz  $B = A - k I$  tiene inversa. (2 puntos)
- La matriz inversa  $B^{-1}$  cuando  $k = 3$ . (2 puntos)
- Las constantes reales  $\alpha$  y  $\beta$  para las que se verifica que  $\alpha A^2 + \beta A = -2I$ . (4 puntos)
- Comprobar razonadamente que la matriz  $P = I - M$  cumple las relaciones:  $P^2 = P$  y  $M P = P M$ . (2 puntos, repartidos en 1 punto por cada igualdad)

(Septiembre 2011)

2. Se dan las matrices  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  y  $T$ , y se sabe que  $T$  es una matriz cuadrada de 3 filas y tres columnas cuyo determinante vale  $\sqrt{2}$ .

Calcular razonadamente los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

- $\frac{1}{2}T$ . (3 puntos)
- $M^4$ . (3 puntos)
- $T M^3 T^{-1}$ . (4 puntos)

(Septiembre 2011)

3. Sea el sistema de ecuaciones  $S: \begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m - 1 \\ x + 3y + (m - 2)z = m - 1 \end{cases}$

donde  $m$  es un parámetro real. Obtener razonadamente:

- a) Todas las soluciones del sistema  $S$  cuando  $m = 2$ . (4 puntos)
- b) Todos los valores de  $m$  para los que el sistema  $S$  tiene una solución única. (2 puntos)
- c) El valor de  $m$  para el que el sistema  $S$  admite la solución  $(x, y, z) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)$  (4 puntos)

(Junio 2011)

4. Se da la matriz  $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2 - 1 \end{pmatrix}$  donde  $m$  es un parámetro real.

- a) Obtener razonadamente el rango o característica de la matriz  $A$  en función de los valores de  $m$ . (5 puntos)
- b) Explicar por qué es invertible la matriz  $A$  cuando  $m = 1$ . (2 puntos)
- c) Obtener razonadamente la matriz inversa  $A^{-1}$  de  $A$  cuando  $m = 1$ , indicando los distintos pasos para la obtención de  $A^{-1}$ . Comprobar que los productos  $A, A^{-1}$  y  $A^{-1}A$  dan la matriz unidad. (3 puntos)

(Junio 2011)

5. Dadas las matrices cuadradas  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

- a) Calcular las matrices  $(A - I)^2$  y  $A(A - 2I)$ . (4 puntos)
- b) Justificar razonadamente que
  - b.1) Existen las matrices inversas de las matrices  $A$  y  $A - 2I$ . (2 puntos)
  - b.2) No existe la matriz inversa de la matriz  $A - I$ . (2 puntos)
- c) Determinar el valor del parámetro real  $\lambda$  para el que se verifica que  $A^{-1} = \lambda(A - 2I)$ . (2 puntos)

(Junio 2010)

6. Dado el sistema de ecuaciones lineales que depende de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$

$$\begin{cases} 2ax + by + z = 3c \\ 3x - 2by - 2cz = a \\ 5ax - 2y + cz = -4b \end{cases}$$

se pide:

- Justificar razonadamente que para los valores de los parámetros  $a = 0$ ,  $b = -1$  y  $c = 2$  el sistema es incompatible. (3 puntos)
- Determinar razonadamente los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , para los que se verifica que  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  es solución del sistema. (4 puntos)
- Justificar si la solución  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  del sistema del apartado b) es, o no, única. (3 puntos)

(Junio 2010)

7. Dadas las matrices  $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B(y) = \begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$

se pide:

- Obtener razonadamente el valor de  $x$  para que el determinante de la matriz  $A(x)$  sea 6. (4 puntos)
- Calcular razonadamente el determinante de la matriz  $2A(x)$ . (2 puntos)
- Demostrar que la matriz  $B(y)$  no tiene matriz inversa para ningún valor real de  $y$ . (4 puntos)

(Septiembre 2010)

8. Dado el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases}$  donde  $\alpha$  es un

parámetro real, se pide:

- Deducir, razonadamente, para qué valores de  $\alpha$  es compatible determinado. (4 puntos)
- Deducir, razonadamente, para qué valores de  $\alpha$  es compatible indeterminado. (3 puntos)
- Resolver el sistema en todos los casos en que es compatible indeterminado. (3 puntos)

(Septiembre 2010)

9. Dada la matriz  $A(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha - 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ \alpha & \alpha & -6 \end{pmatrix}$ , se pide

- a) Calcular, en función de  $\alpha$ , el determinante de la matriz  $A(\alpha)$ , escribiendo los cálculos necesarios. (1,3 puntos).
- b) Determinar, razonadamente, los números reales  $\alpha$  para los que el determinante de la matriz inversa de  $A(\alpha)$  es igual a  $1/66$ . (2 puntos).

(Septiembre 2009)

10. Dado el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \\ 5x + 7y + \alpha z = 0 \end{cases}$ , se pide

- a) Deducir, razonadamente, para qué valores de  $\alpha$  el sistema sólo admite la solución  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ . (1,5 puntos).
- b) Resolver, razonadamente, el sistema para el valor de  $\alpha$  que lo hace indeterminado. (1,8 puntos). (Septiembre 2009)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 18 & 48 & 12 \\ 0 & 18 & 12 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad e \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

11. Dadas las matrices cuadradas

se pide:

- a) Justificar que la matriz  $A$  tiene inversa y obtener razonadamente la matriz inversa  $A^{-1}$ , incluyendo en la respuesta todos los pasos que llevan a la obtención de  $A^{-1}$ . (1,1 puntos).
- b) Calcular, razonadamente, el determinante de la matriz  $3A^{-1}$ , incluyendo en la respuesta todos los pasos realizados. (1,1 puntos).
- c) Obtener razonadamente los valores reales  $x, y, z$  que verifican la ecuación  $xI + yA + zA^2 = B$ . (1,1 puntos).

(Junio 2009)

12. Dado el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} (\alpha + 3)x - 4y - 2z = 4 \\ x - 2y - (\alpha + 2)z = 2 \\ 2x + (\alpha - 3)y - 2z = 4 \end{cases}$ ,

se pide, razonando las respuestas:

- a) Justificar que para el valor de  $\alpha = 0$  el sistema es incompatible. (1,1 puntos).
- b) Determinar los valores del parámetro  $\alpha$  para los que el sistema es compatible y determinado. (1,1 puntos).
- c) Resolver el sistema para el valor del parámetro  $\alpha$  para el cual es compatible indeterminado. (1,1 puntos).

(Junio 2009)

13. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} x + y + z = \alpha + 3 \\ 2x - y + z = \alpha + 1 \\ 3x + \alpha y + z = 4 \end{cases}$$
 se pide

- a) Probar que es compatible para todo valor de  $\alpha$ . (1,3 puntos).
- b) Obtener razonadamente el valor de  $\alpha$  para el que el sistema es indeterminado. (1 punto).
- c) Resolver el sistema cuando  $\alpha = 0$ , escribiendo los cálculos necesarios para ello. (1 punto).

(Septiembre 2008)

14. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  y el vector  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , se pide obtener razonadamente

- a) El vector  $X$  tal que  $A X = 0X$ . (1,1 puntos).
- b) Todos los vectores  $X$  tales que  $A X = 3X$ . (1,1 puntos).
- c) Todos los vectores  $X$  tales que  $A X = 2X$ . (1,1 puntos).

(Septiembre 2008)

15. Dado el sistema dependiente del parámetro real  $\alpha$  
$$\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1 \\ x + y + \alpha z = 1 \end{cases}$$
, se pide:

- a) Determinar, razonadamente los valores de  $\alpha$  para los que el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. (1,3 puntos).
- b) Resolver el sistema cuando es compatible determinado. (1,3 puntos).
- c) Obtener, razonadamente, la solución del sistema cuando  $\alpha = 0$ . (0,7 puntos).

(Junio 2008)

16. Sean  $I$  y  $A$  las matrices cuadradas siguientes:  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 17 & 29 \\ -10 & -17 \end{pmatrix}$ . Se pide calcular, escribiendo

explícitamente las operaciones necesarias:

- a) Las matrices  $A^2$  y  $A^3$ . (1,8 puntos).
- b) Los números reales  $\alpha$  y  $\beta$  para los que se verifica  $(I + A)^3 = \alpha I + \beta A$ . (1,8 puntos).

(Junio 2008)

17. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} 6x + 3y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 6z = 3 \\ x + 3y + 2z = \alpha \end{cases}$$
, se pide

- a) Justificar que para cualquier valor del parámetro real  $\alpha$ , el sistema tiene solución única. (1 punto).  
 b) Hallar la solución del sistema en función del parámetro  $\alpha$ . (1.3 puntos).  
 c) Determinar el valor de  $\alpha$  para el que la solución  $(x, y, z)$  del sistema satisface  $x + y + z = 1$ . (1 punto).  
 (Septiembre 2007)

18. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , se pide:

a) Obtener razonadamente todos los valores de  $\alpha$  para los que  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  es la única solución de la ecuación

matricial  $A X = \alpha X$ . (1,5 puntos).

b) Resolver la ecuación matricial  $A X = 2 X$ . (1,8 puntos).

(Septiembre 2007)

$$B(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 6 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 4x+4 & 2 & 6 \end{pmatrix} \text{ y } C(y) = \begin{pmatrix} 3y+5 & 7 & 12 \\ 2y+3 & 3 & 6 \\ 3y+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

19. Dadas las matrices

a) Calcular el determinante de la matriz  $3B(x)$  y obtener el valor de  $x$  para el que dicho determinante

vale 162. (1,8 puntos).

b) Demostrar que la matriz  $C(y)$  no tiene inversa para ningún valor real de  $y$ . (1,5 puntos).

(Junio 2007)

20. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} x + \alpha y + z = 9 \\ 3x + 5y + z = 9 \\ \alpha x + y + z = 9 \end{cases}$$
, se pide:

a) Probar que es siempre compatible, obteniendo los valores de  $\alpha$  para los que es indeterminado. (2 puntos).

b) Resolver el sistema anterior para  $\alpha = 7$ . (1,3 puntos).

(Junio 2007)

21. Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real  $\lambda$  e incógnitas  $x, y, z$ ,

$$\begin{cases} (\lambda + 2)x - y + z = 0 \\ 3x + (\lambda + 6)y - 3z = 0 \\ 5x + 5y + (\lambda - 2)z = 0 \end{cases}$$

se pide:

- a) **Calcular** para qué valores de  $\lambda$  el sistema sólo admite la solución  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  (1 punto).
- b) Para cada valor de  $\lambda$  que hace indeterminado el sistema, **obtener** todas sus soluciones (1,8 puntos).
- c) **Explicar** la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las ecuaciones del sistema cuando  $\lambda = -3$  (0,5 puntos).

(Septiembre 2006)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

22. A es una matriz  $3 \times 3$  tal que

Se pide:

- a) **Calcular** el determinante de la matriz  $A^3$  (0,5 puntos) y la matriz inversa de  $A^3$  (1 punto).
- b) **Calcular** la matriz fila  $X = (x, y, z)$  que es solución de la ecuación matricial  $XA^3 = BA^2$ , donde  $B$  es la matriz fila  $B = (1, 2, 3)$  (1,3 puntos).
- c) **Calcular** la matriz inversa de  $A$  (0,5 puntos).

(Septiembre 2006)

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = \alpha \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ x - 2y + 7z = 1 \end{cases}$$

23. Dado el sistema de ecuaciones con incógnitas  $x, y, z$ , se pide:

- a) Determinar razonadamente el valor de  $\alpha$  para el cual el sistema es compatible (1,2 puntos).
- b) Para ese valor obtenido en a) de  $\alpha$ , calcular el conjunto de soluciones del sistema (1,3 puntos).
- c) Explicar la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las tres ecuaciones del sistema, en función de los valores de  $\alpha$  (0,8 puntos).

(Junio 2006)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ se pide}$$

24. Dadas las matrices

- a) Probar que la matriz  $T$  tiene matriz inversa,  $T^{-1}$ , y calcular dicha matriz inversa  $T^{-1}$  (1,3 puntos).
- b) Dada la ecuación con matriz incógnita  $B$ ,  $A = T^{-1} B T$ , calcular el determinante de  $B$  (0,8 puntos).

c) Obtener los elementos de la matriz B considerada en el apartado b) (1,2 puntos).

(Junio 2006)

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix},$$

25. Dadas las matrices

calcular razonadamente la matriz  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  que satisface la ecuación  $(A B' + C) X = (A' D) E$ ,

donde M' significa la matriz traspuesta de la matriz M (3,3 puntos).

(Septiembre 2005)

26. En el mercado podemos encontrar tres alimentos preparados para gatos que se fabrican poniendo, por kilo, las siguientes cantidades de carne pescado y verdura:

- Alimento *Migato*: 600 g de carne, 300 g de pescado y 100 g de verdura.
- Alimento *Catomeal*: 300 g de carne, 400 g de pescado y 300 g de verdura.
- Alimento *Comecat*: 200 g de carne, 600 g de pescado y 200 g de verdura.

Si queremos ofrecer a nuestro gato 470 g de carne, 370 g de pescado y 160 g de verdura por kilo de alimento, ¿qué porcentaje de cada uno de los compuestos anteriores hemos de mezclar para obtener la proporción deseada? (3,3 puntos)

(Septiembre 2005)

27. Calcular los valores  $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$  que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} 2AX - 3AY = B \\ AX - AY = C \end{cases}, \text{ donde } X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & 0 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -17 & -30 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$$

(3,3 puntos)

(Junio 2005)

28. El sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} x + \alpha y + \alpha^2 z = 1 \\ x + \alpha y + \alpha z = \alpha \\ x + \alpha^2 y + \alpha^2 z = \alpha^2 \end{cases}$  depende del parámetro real  $\alpha$ .

Discutir para que valores de  $\alpha$  es incompatible, compatible determinado y compatible indeterminado (2 puntos), y resolverlo en las casos compatibles (1,3 puntos).

(Junio 2005)

29. Obtener todos los valores reales x, y, z, t para los que se verifica  $A X = X A$ , siendo

$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$	y	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	(3,3 puntos).
--	---	--	---------------

(Septiembre 2004)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ se pide}$$

30. Para las matrices reales:

- Justificar que existe la matriz  $A^{-1}$ , inversa de  $A$ , y calcular el determinante de  $A^{-1}$  (1,2 puntos).
- Calcula la matriz  $B = A (A + 4 I)$  (0,7 puntos).
- Determinar los números reales  $x, y, z, t$  que cumplen  $A^{-1} = x A + y I, A^2 = z A + t I$  (1,4 puntos)

(Septiembre 2004)

$$\begin{cases} x - y + z = \lambda \\ \lambda x + 2y - 3 = 3\lambda \\ 2x + \lambda y - 2z = 6 \end{cases}$$

31. Dado el sistema de ecuaciones lineales con  $\lambda$  parámetro real, se pide:

- Determinar razonadamente para qué valores de  $\lambda$  es compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. (1,3 puntos)
- Hallar el conjunto de las soluciones del sistema para el caso compatible determinado. (1 punto)
- Hallar el conjunto de las soluciones del sistema para el caso compatible indeterminado. (1 punto)

(Junio 2004)

32. Determina el valor real de  $x$  para que se cumpla la siguiente propiedad:

el determinante de la matriz  $2B$  es 160, siendo  $B = \begin{pmatrix} x & 3 & 1 \\ x+1 & 4 & 2 \\ x & 2-x^2 & 2 \end{pmatrix}$  (3,3 puntos).

(Junio 2004)

33. Considerar las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & -(m+1) \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- ¿Para qué valores reales de  $m$  es  $A$  inversible? Calcular la matriz  $A^{-1}$  (2 puntos).
- En la anterior matriz  $A$  con  $m = 0$ , obtener la matriz real cuadrada  $X$  de orden 3 que satisface la igualdad  $B - A X = A B$  (1,3 puntos).

(Septiembre 2003)

34. Se consideran las matrices cuadradas reales de orden 2,  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  y  $Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Calcular: a) La matriz  $P^{-1}$  (1,1 puntos). b) La matriz real cuadrada  $X$  de orden 2, tal que  $P^{-1}XP = Q$  (1,1 puntos). c) La matriz  $(PQP^{-1})^2$  (1,1 puntos).

(Septiembre 2003)

$$\begin{cases} \lambda x + 2z = 0 \\ \lambda y - z = \lambda \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

35. Dado el sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro real  $\lambda$  se pide :

a) Determinar para qué valores de  $\lambda$  el sistema es: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible (1,3 puntos).

b) Obtener las soluciones en los casos compatible determinado y compatible indeterminado (2 puntos).

(Junio 2003)

36. Calcular las matrices reales de orden 3,  $X$  e  $Y$ , que satisfacen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} 2X + Y = B \\ X - 2Y = C \end{cases} \text{ donde } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ (1,8 puntos).}$$

b) Si  $X$  e  $Y$  son las matrices anteriores, calcular la matriz  $(2X + Y)X - (2X + Y)(2Y)$  (1,5 puntos).

(Junio 2003)

37. Dadas las matrices reales:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

se pide :

a) Calcular la matriz  $M = A - 2BC$ . (1 punto)

b) Justificar que existe la matriz  $D^{-1}$  inversa de  $D$  y calcular tal matriz. (0,9 puntos)

c) Calcular las matrices  $X, Y$  que cumplen  $DX = M = YD$ . (1,4 puntos)

(Septiembre 2002)

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda \\ 2x + 3y + 5z = 2 \\ 3x + 5y + \lambda^2 z = 1 \end{cases}$$

38. Dado el sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro  $\lambda$ , se pide:

i) Determinar para qué valores de  $\lambda$  el sistema es compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. (1,3 puntos)

- ii) Obtener el conjunto  $S$  de las soluciones del sistema para el caso compatible indeterminado. (1 punto)  
 iii) Obtener el vector de  $S$  ortogonal (perpendicular) al vector  $(1,1,2)$ . (1 punto)

*(Septiembre 2002)*

**39. Para cada terna de números reales  $(x,y,z)$ , se consideran las matrices**

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & x & 1 \\ 1 & y & -1 \\ 2 & z & -1 \end{pmatrix}$$

- i) Calcular los determinantes de las matrices  $A$  y  $B$ . (1 punto)  
 ii) Para  $x=y=z=1$ , calcular el determinante de la matriz producto  $A B$ . (0,3 puntos).  
 iii) Obtener, razonadamente, para que valores de  $x, y, z$ , ninguna de las matrices  $A$  y  $B$  tiene inversa. (2 puntos).

*(Junio 2002)*

$$M(\lambda) = \begin{pmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{pmatrix}$$

**40. Para cada número real  $\lambda$ ,  $M(\lambda)$  es la matriz**

**Se pide:**

- i) Obtener el determinante de la matriz  $M(\lambda)$ , y justificar que para cualquier número real  $\lambda$  existe la matriz  $M(\lambda)^{-1}$  inversa de  $M(\lambda)$ . (1,3 puntos).  
 ii) Calcular la matriz  $M(0)^{-1}$  (1 punto)  
 iii) Si  $A=M(8)$ ,  $B=M(4)$  y  $C=M(3)$ , calcúlese, razonadamente el determinante de la matriz producto  $A B^{-1} C^{-1}$ . (1 punto)

*(Junio 2002)*