

PRÁCTICAS CON



Curso 2009/2010

JOSÉ AURELIO PINA ROMERO

Matemáticas 3º de ESO

Wiris

GeoGebra



Excel



Calc



Índice

Matemáticas con Nuevas Tecnologías..... 2

BLOQUE I: Aritmética

1. Números racionales e irracionales (Wiris)	4
2. Potencias y raíces (Wiris)	6
3. Sucesiones y progresiones (Wiris).....	8
4. Proporcionalidad (Wiris)	10

BLOQUE II: Álgebra

5. Operaciones con polinomios (Wiris)	12
6. Ecuaciones de 1 ^{er} y 2 ^o grado (Wiris)	14
7. Sistemas de ecuaciones lineales (Wiris)	16

BLOQUE III: Tablas y Gráficas

8. Características globales de las funciones (GeoGebra)	18
9. Rectas e hipérbolas (GeoGebra)	20
10. Función cuadrática (GeoGebra)	22

BLOQUE IV: Geometría

11. Movimientos (GeoGebra)	24
12. Áreas y volúmenes (GeoGebra).....	26

BLOQUE VI: Estadística y probabilidad

13. Estadística (Excel)	28
14. Estadística (Calc)	28
15. Probabilidad (Excel)	32
16. Probabilidad (Calc)	32

Matemáticas con TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación)

Matemáticas con Informática

Cada uno de los temas incorpora en su parte final un trabajo *optativo* para realizar con el ordenador.

Ofrecemos tres alternativas:

- Software libre para Windows:** trabajamos con **Wiris** la aritmética y el álgebra; con **GeoGebra** las funciones y la geometría; y con **Excel** o **StarOffice Calc**, la estadística y la probabilidad.
- Software libre para Linux:** trabajamos con **Wiris** la aritmética y el álgebra; con **GeoGebra** las funciones y la geometría; y con **OpenOffice Calc** la estadística y la probabilidad.
- Software propietario para Windows:** trabajamos con **Derive** la aritmética, el álgebra y las funciones; con **Cabri** la geometría y con **Microsoft Excel** la estadística y la probabilidad.

1. Organización del disco duro

En el disco duro del ordenador, en **Mis documentos**, crea una carpeta que se llama **Mate**, de Matemáticas. Dentro de esta carpeta crea otra carpeta que se llame **ESO**

Dentro de esta carpeta, cada pareja de alumnos que trabajen en cada ordenador creará una carpeta en la que guardará todos sus trabajos.

El nombre de esta carpeta se formará con el número del curso, la letra del grupo y las iniciales de los nombres y apellidos.

Ejemplo

Si los dos alumnos son de 3º B y se llaman Óscar Arias López y Alba Maza Sánchez, el nombre de la carpeta será: 3BOALAMS. Con lo que quedará la siguiente dirección:

Mate/ESO/3BOALAMS

Si en vez de colocarse dos alumnos en el ordenador, sólo se coloca uno, se seguirá el mismo procedimiento para poner el nombre de la carpeta con las iniciales del alumno o de la alumna.

Los nombres de los ficheros de cada tema de **Derive**, **Wiris**, **Excel** y **Cal** se formarán con el curso, grupo y número del tema.

Ejemplo

Para guardar en 3º B el trabajo del tema 5, se le pondrá de nombre: 3B05

En cada tema de **GeoGebra** se creará una carpeta con el número del tema y dentro se guardará cada ejercicio en un archivo cuyo nombre será número del tema.

2. Organización de la clase

En las mesas y en las sillas de los ordenadores, los alumnos solamente colocarán el libro. Colgarán el resto de las cosas (como pueden ser la mochila y las prendas de abrigo) en el perchero o en otro lugar de la clase; de forma que no les molesten a ellos ni a sus compañeros.

Trabajo en clase por parejas

Se recomienda trabajar en clase con dos alumnos por ordenador. Es importante acostumbrarse desde el principio que uno de los dos esté **bien colocado enfrente del ordenador**. Sus funciones son:

- Escribir en el teclado.
- Utilizar el ratón.
- Hacer todo cuanto le ordene su compañero o compañera.

El otro alumno se sienta a su izquierda para no molestarle en el uso del ratón. Sus funciones son:

- Leer las actividades del libro.
- Comprobar que su compañero hace correctamente los ejercicios en pantalla.

Después de cada actividad o dos actividades, los alumnos se cambian de silla y de funciones.

Forma de hacer las actividades

Las actividades de cada tema se harán en el siguiente orden:

Primero, las actividades que están en el **Paso a paso**

Segundo, leer el **Así funciona**

Por último, hacer las actividades del **Práctica**

No se deben llevar a casa los trabajos realizados en el centro.

4. Organización del documento en Derive y Wiris

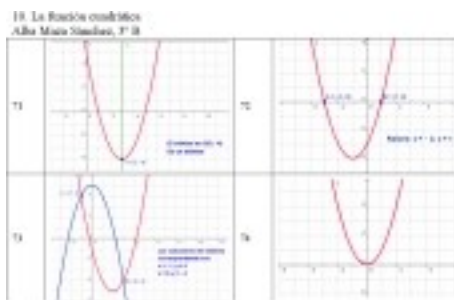
Cada documento de cada tema debe empezar con una primera línea en la que se escribirá el **número** y el **título del tema**; en la segunda y tercera línea se escriben los nombres de los dos alumnos; en la cuarta línea se escribe **Paso a paso**; en la quinta línea se escribe **Ejercicio 109** o el que corresponda, y luego se resuelve. A continuación, se escribe **Ejercicio 110** y se resuelve; así hasta llegar al **Práctica**. Una vez en esta sección, se escribe la palabra **Practica** y se continúa de igual forma. Cuando un ejercicio contiene apartados, éstos se escriben como **a), b), c) ...**

5. Trabajo en casa

Se aconseja que el alumnado haga otra vez el trabajo en el ordenador de su casa, organizando las carpetas y ficheros de igual forma.

El día de cada examen presentará una copia impresa de todas las actividades del tema, organizada de la siguiente forma:

- Wiris y Derive:** imprimirá el documento.
- Microsoft Excel, StarOffice Calc y OpenOffice Calc:** imprimirá las distintas hojas de cálculo.
- GeoGebra y Cabri:** imprimirá un documento de **Word** o **Writer** con las siguientes características:
 - Se inserta una tabla de 4 columnas y muchas filas. Al final se eliminarán las filas sobrantes.
 - En **GeoGebra**, con **Windows**, una vez realizado el dibujo se copia la pantalla [**ImpPant**] y se pega en **Paint**. Una vez pegado, se selecciona el dibujo de de la forma más ajustada posible. Luego, se copia y se pega en el documento de **Word** (si es necesario elige en **Word** la opción **Pegado especial.../Mapa de bits independientes del dispositivo**). Cada dibujo tendrá a lo sumo 6 cm de ancho. En cada uno de los dibujos pegados, en el menú **Formato** si en **Ancho** mide más de 6 cm, se escribe 6 cm
 - En **GeoGebra**, con **Linux** una vez realizado el dibujo se copia la pantalla con [**ImpPant**], se guarda en el disco y se abre con un programa de dibujo, por ejemplo **Gimp**. Una vez abierto, se selecciona el dibujo de la forma más ajustada posible. Se copia y se pega en el documento de **Writer**. En cada uno de los dibujos pegados en la tabla de **Writer** se hace *doble-clic* sobre él. En la ventana **Formato de imagen** se elige la ficha **Tamaño** y si en **Ancho** mide más de 6 cm, se escribe 6 cm
 - En **Cabri II Plus** hay que elegir **Opciones/Preferencias...**, y en la ficha **Preferencias del sistema** se activa la casilla de verificación **Copiar-pegar v/a bitmap**.
 - Con el ratón, el alumno seleccionará cada dibujo en **Cabri** y lo copiará en una celda de la tabla de **Word** con las mismas características para las medidas que en **GeoGebra**.





Esta copia impresa de todas las actividades del tema subirá 1 o 2 puntos la nota del examen.

3º ESO - 1. Números racionales y potencias



Paso a paso

1. Halla la descomposición factorial de 18 000

Solución:

- a) En la barra de menús elige  Edición
- b) Para escribir cada línea de comentario elige  Comentar. Escribe en un solo bloque el número y el título del tema, el nombre de los dos alumnos y **Paso a paso**. Para pasar de una línea a la siguiente sin cambiar de bloque pulsa **[Intro]**

```
1. Números racionales e irracionales
Alba Maza Sánchez
Óscar Arias López
Paso a paso
```

- c) Haz clic en  **Calcular** para crear nuevo bloque.
- d) Elige (e08)  **Comentar** y escribe:
- Ejercicio 118**
- e) Pulsa **[Intro]** para cambiar de línea dentro del mismo bloque.
- f) Escribe:

factorizar(18000)

- g) Haz clic en  **Calcular**.

```
Ejercicio 118
factorizar(18000) -> 2^4 * 3^2 * 5^3
```

El resto de los ejercicios hazlos de igual forma. Escribe el título de la actividad, ejercicio o problema, y su número. Después resuélvelo.

2. Halla el M.C.D y el m.c.m. de 720 y 1 200

Solución:


- a) Escribe:

mcd(720, 1200)

- b) Haz clic en  **Calcular**.
- 240

- c) Escribe:

mcm(720, 1200)

- d) Haz clic en  **Calcular**.
- 3600

3. Calcula: $\frac{2 \square 3}{\square} - 2 \square \neq 7$
- $3 \square 4 \square 6$

Solución:

tamaño de paréntesis que se ajuste a su contenido **Paréntesis**.

4. Halla la expresión decimal con 15 cifras significativas del siguiente número real y clasifícalo como decimal exacto, periódico puro, periódico mixto o irracional:

$$\frac{51}{22}$$

Solución:

- a) Escribe en un solo bloque:



```
Ejercicio 121
precisión(15) -> 5
51. / 22 -> 2.31818181818182
El número es periódico mixto.
```

122. Halla la fracción generatriz de $2,3\overline{18}$

Solución:

```
Ejercicio 122
2318 - 23 / 990 -> 51 / 22
```

123. Calcula: $3,5 \cdot 10^{18} : (4,75 \cdot 10^{-9})$

- a) Para escribir los exponentes elige en  la opción  **Potencia**. Escribe:

```
Ejercicio 123
3.5 * 10^18 / (4.75 * 10^-9) -> 7.3684 * 10^26
```

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda del DERIVE.

124. Tres aviones hacen escala en un mismo aeropuerto cada 9, 12 y 15 días, respectivamente. Si coinciden el 5 de octubre, ¿cuántos días pasarán hasta que vuelvan a coincidir por primera vez?

Solución:

Planteamiento: m.c.m.(9, 12, 15)

```
Problema 124
mcm(9,12,15) -> 180
Los aviones coincidirán cada 180 días después del 5 de octubre.
```

a) En _____, para escribir cada frac-
ción elige **Fracción** y para elegir un

Así funciona

Operaciones aritméticas

El signo de **sumar** es +, de **restar** es −, de **multiplicar** es el ·, o bien, * o dejar un espacio en blanco, el de **dividir** es /

Escritura de comentarios o textos

Se elige en la barra de menús la opción  y la herramienta  **Comentar**.


Funciones de divisibilidad

factorizar(a) Calcula la descomposición factorial de **a**

mcd(a, b, ...) Calcula el M.C.D. de **a, b, ...**

mcm(a, b, ...) Calcula el m.c.m. de **a, b, ...**

Paréntesis grandes, fracciones, exponentes y raíz cuadrada

En la barra de menús se elige  y se selecciona:

 **Paréntesis**

 **Fracción**

 **Potencia**

 **Raíz cuadrada**

Notación decimal en Wiris



El **Wiris** utiliza como notación decimal el punto (.), en vez de la coma (,)

Wiris utiliza la función **precisión(n)**, para indicar el número de cifras significativas con las que deseamos trabajar. El mayor valor que puede tomar **n** es **15**. Esta función solo tiene efecto dentro del bloque en el que está definido.

En **Wiris** para obtener un resultado con decimales es suficiente con terminar uno de los números de la operación en punto.

Para pasar de decimal a fracción se utiliza la función **racional**.

Guardar el documento

Se elige en  la herramienta  **Guardar**, o bien en la barra de menús **Archivo/Guardarla**. Se busca la carpeta personal y se le pone el nombre por ejemplo **3B01**, si es que sois del grupo 3º B

Practica

126. Halla la descomposición factorial de:

- a) 300 b) 630 c) 960 d) 1288

127. Halla el M.C.D y el m.c.m. de:

- a) 900 y 1200 b) 75, 120 y 210
c) 1512 y 1575 d) 48, 160 y 300

128. Calcula:

a) $\frac{4}{9} \cdot \frac{7}{5} - \frac{3}{6} - \frac{4}{6}$

b) $\frac{4}{3} - \frac{3}{5} - \frac{4}{6}$

129. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

- a) 3,75 b) 2,83 d) $2,\overline{36}$

130. Halla la expresión decimal con 15 cifras significativas de lo siguiente números reales y clasificalos como decimal exacto, periódico puro, periódico mixto o irracional:

Calcula:

a) $9,74 \cdot 10^{12} - 8,5 \cdot 10^{13} + 9,3 \cdot 10^{14}$
c) $3,5 \cdot 10^{-25} : (2,5 \cdot 10^{-34})$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del Wiris.

131. Tres ciclistas salen de un mismo punto y recorren una pista circular en 48 segundos, 56 segundos y 60 segundos

respectivamente. ¿Cuándo vuelven a encontrarse por primera vez?

132. En una caseta de la fiesta del centro escolar, los $\frac{5}{6}$ del dinero que se ha cobrado en un día corresponde a la venta de refrescos. De este dinero, los $\frac{4}{7}$ corresponde a la venta de refrescos de cola. Si la venta de refrescos de cola ha sido de 90 €, ¿cuál habrá sido la recau-

a) $\frac{45}{7}$ b) $\sqrt{5}$ c) π d) $\frac{55}{8}$ e) $\frac{547}{22}$

dación de la caseta ese día?

3º ESO - 1. Números racionales y potencias

Paso a paso

91. Calcula:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5$$

Solución:

a) En la barra de menú elige **Edición** y elige **Comentar**. Escribe en un solo bloque el número y el título del tema, el nombre de los dos alumnos y **Paso a**

paso. Haz clic en **Calcular**.

b) En **Fracción**, para escribir cada fracción elige **Fracción** y para elegir un tamaño de paréntesis que se ajuste a su contenido **Paréntesis**. Escribe:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5$$

c) Haz clic en **Calcular**.

2. Potencias y raíces
Alba Maza Sánchez
Óscar Arias López
Paso a paso

Ejercicio 91
 $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \rightarrow \frac{243}{1024}$

92. Calcula:
 $7,28^5$

Solución:

Ejercicio 92
precisión(15) → 5
 $7.28^5 \rightarrow 20448.2853306368$

93. Calcula:

$$\sqrt{12\,607,25}$$

Solución:

Ejercicio 93
 $\sqrt{12607.25} \rightarrow 112.28$

94. Calcula:

$$\sqrt[7]{86^5}$$

Solución:

Ejercicio 94
 $\sqrt[7]{86.5} \rightarrow 24.087$

95. Suma y resta los siguientes radicales:

$$4\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$$

Solución:

a) Escribe:

$$4\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$$

b) Haz clic en **Calcular**.

$$21\sqrt{2}$$

96. Calcula:

$$1,5^7(\sqrt{83} - \sqrt[5]{678})$$

Solución:

a) Escribe:

$$1.5^7(\sqrt{83} - \sqrt[5]{678})$$

b) Haz clic en **Calcular**.

$$92.726$$

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda del *Wiris*.

97. Se tiene un depósito de gasoil para la calefacción, con forma de cubo cuya arista mide 2.25 m. Si el gasoil de calefacción cuesta a 0,65 € el litro, calcula lo que cuesta llenar el depósito.

Solución:

Planteamiento: $2,25^3 \cdot 1\,000 \cdot 0,65$

a) Escribe:

$$2.25^3 \cdot 1\,000 \cdot 0.65$$

b) Haz clic en **Calcular**.

$$7403.9$$

Cuesta 7 043,9 €


98. Internet. Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Así funciona


Signo de multiplicar

El signo de **multiplicar** es uno de los dos símbolos siguientes: el \cdot que está en la parte superior del número **3**; se obtiene manteniendo pulsada la tecla [1] **Mayúsculas** y pulsando el número **3**; el $*$ que se obtiene pulsando el signo de multiplicar del teclado; o dejar un espacio en blanco. Si el número multiplica a un paréntesis no es necesario dejar el espacio en blanco, **3(5 + 6)**


Herramientas del menú Operaciones utilizadas

En la barra de menús se elige (mope)  y se selecciona:

 Paréntesis

 Fracción

 Potencia

 Raíz cuadrada

 Raíz

Practica

99. Calcula las siguientes potencias:

a) $(2/3)^6$ b) $(-2/3)^7$

100. Calcula las siguientes potencias:

a) 2^{64} b) $239,72^5$

101. Calcula:

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{256,256}$

102. Calcula:

a) $\sqrt[3]{4913}$ b) $\sqrt[5]{845,23}$

103. Suma los radicales:

a) $7\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{162}$

b) $9\sqrt{147} - 5\sqrt{75} + 3\sqrt{12}$

104. Calcula y luego redondea mentalmente a dos decimales:

a) $\sqrt{473,5 + 75,47}$

c) $\sqrt[3]{45,5^2 - 7,25^3} + 5,2^7$

Escribe las expresiones numéricas correspondientes a los siguientes enunciados y halla el resultado:

105. El número 23,45 elevado al cuadrado, menos la raíz cuadrada de 825,83

106. El número 1,5 elevado a la quinta, menos la raíz cuadrada de 1,83, más la raíz cúbica de 2,5

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del Wiris.

107. Queremos vender los chopos de una

finca que tiene 54 filas y 54 columnas, al precio de 54 € cada chopo. Expresa en forma de potencia el valor de los chopos y halla el resultado.

3º ESO - 3. Proporcionalidad

Paso a paso

90. Calcula el cuarto proporcional:

$$\frac{6,25}{23,4} = \frac{7,5}{x}$$

Solución:

- a) Para escribir la ecuación, elige en **Operaciones** la opción **resolver ecuación**, en cada uno de los miembros, elige **Fracción** y escribe la ecuación.
- b) Pulsa (calc) **Calcular**.

José Aurelio Pina Romero

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del Wiris:

91. Si 7 kg de manzanas cuestan 14,7 €, ¿cuánto costarán 12 kg?

Solución:

Planteamiento:

Peso (kg)	(D)	Dinero (€)
7	→	14,7
12	→	x

$$\Rightarrow \frac{7}{12} = \frac{14,7}{x}$$

- a) Introduce la ecuación.
- b) Pulsa **Calcular**.
- $x = 25,2$

Costarán 25,2 €

92. Un ganadero tiene forraje para alimentar a 15 vacas durante 8 días. Si compra 5 vacas más, ¿cuántos días podrá alimentar al ganado con el mismo forraje?

Solución:

Planteamiento:

Nº de vacas	(I)	Tiempo (días)
15	→	8
20	→	x

- a) Introduce la ecuación.
- b) Pulsa **Calcular**.

$$x = 6$$

Podrá alimentar al ganado 6 días

93. Hemos pagado por un abrigo 473,28 € y nos han aplicado un 15% de descuento y un 16% de IVA. ¿Cuánto costaba el abrigo inicialmente?

Solución:

Planteamiento: $473,28 : (0,85 \cdot 1,16)$

- a) Escribe:
- $$473,28 / (0,85 \cdot 1,16)$$
- b) Pulsa **Calcular**.
- 480
- El precio era 480 €

94. Dos obreros canalizan 100 m de tubería para agua durante 10 días. ¿Cuántos días tardarán en canalizar 350 m de tubería 5 obreros?

Solución:

Planteamiento:

Nº de obreros	(I)	Longitud (m)	(D)	Tiempo (días)
2	→	100	→	10
5	→	350	→	x

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{100}{350} = \frac{10}{x}$$

- a) Introduce la ecuación.
- b) Pulsa **Calcular**.

Problema 94

resolver $\left(\frac{5}{2} \cdot \frac{100}{350} = \frac{10}{x}\right) \rightarrow \{x=14\}$

Tardarán 14 días



Así funciona

Calcular el cuarto proporcional

Consiste en resolver una ecuación. Para escribir la ecuación se elige en **Operaciones** la opción **resolver ecuación**, en cada uno de los miembros se elige **Fracción** y se escribe la ecuación. En el caso de que los datos sean todos números enteros y se desee la solución en forma de número decimal, al introducir los datos hay que terminar alguna de las cantidades en punto.

Proporcional directa o inversa

En los problemas de proporcionalidad es fundamental observar si es de proporcionalidad directa o inversa. En el planteamiento de la proporción se coloca:

- Si es de proporcionalidad **directa**, en los numeradores se colocan respectivamente las cantidades conocidas que se correspondan de las dos magnitudes. En los denominadores se colocan, respectivamente, las cantidades conocida y desconocida que se correspondan de las dos magnitudes.
- Si es de proporcionalidad **inversa**, se hace como en los de proporcionalidad directa, pero invirtiendo la primera fracción.

Practica

96. Calcula el cuarto proporcional en las siguientes proporciones:

$$\text{a) } \frac{x}{32} = \frac{45}{72}$$

$$\text{b) } \frac{20,6}{12,8} = \frac{24,5}{x}$$

97. Calcula el medio proporcional en las siguientes proporciones continuas:

$$\text{a) } \frac{9}{x} = \frac{x}{16}$$

$$\text{b) } \frac{x}{10,6} = \frac{2,4}{x}$$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del Wiris:

- Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?
- Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿Cuánto pagaría cada uno?
- Una familia de cinco miembros puede mantenerse durante 8 meses con 5000 €. ¿Cuántas personas podrían mantenerse durante 15 meses con 30000 €?
- Calcula el interés producido por un capital de 9000 € al 5,5% en 3 años?
- ¿Qué capital se debe depositar al 5% para que después de 2 años produzca 400 €?
- En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 €. ¿Cuánto se paga en total?
- En una factura de 350 € nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcular el importe total de la factura.
- En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?
- En una disolución de 120 ml hay 14,4 ml de agua y el resto de alcohol. ¿Qué porcentaje de alcohol hay en la disolución?
- En una compra a plazos de 4 570,5 € nos suben el precio un 15,25%. ¿Cuánto se pagará en total?
- En una factura con un 16% de IVA, la cantidad inicial es 850 €. Si nos han hecho un descuento y la cantidad final a abonar es 788,8 € ¿qué porcentaje de descuento han hecho?


3º ESO - 4. Progresiones

Paso a paso

99. Calcula los diez primeros términos de la siguiente sucesión:

$$a_n = 4n + 1$$

Solución:

a) Escribe (el símbolo \Rightarrow **Apunta a** está en )

b) Haz *click* en **Calcular**.




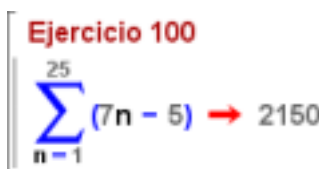
100. Dada la siguiente sucesión, calcula la suma de los 25 primeros términos:

$$a_n = 7n - 5$$

Solución:

a) En la barra de menús  elige  **Sumatorio**.

b) Completa los cuadros de texto y pulsa  **Calcular**.




Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del *Wiris*:

101. En la progresión $a_n = 3n + 4$, ¿qué término vale 52?

Solución:

Planteamiento: $3n + 4 = 52$

a) Para escribir la ecuación elige en  la opción **resolver ecuación** y escribe cada uno de los miembros.

b) Pulsa **Calcular**.


102. En una progresión geométrica $a_4 = 135$ y $a_6 = 1215$. Halla el primer término y la razón de la progresión.

Solución:

Planteamiento: llamamos **a** al primer término y **r** a la razón.

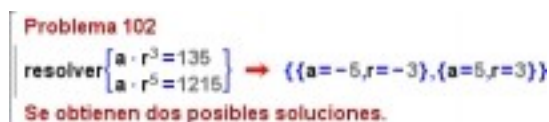
$$a \cdot r^3 = 135$$

$$a \cdot r^5 = 1215$$

a) Para introducir el sistema de ecuaciones elige en  la opción **resolver sistema** y en el cuadro de texto **Ecuaciones** escribe **2**

b) Escribe cada uno de los miembros de las dos ecuaciones.


c) Pulsa  **Calcular**.



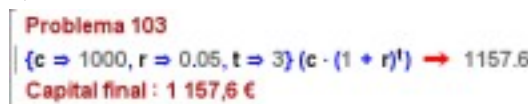
103. Se depositan 1 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años. ¿Qué capital tendremos al finalizar ese tiempo?

Solución:

Planteamiento: $C = c(1 + r)^t$


a) Escribe los valores de las variables entre llaves (el símbolo \Rightarrow **Implica** está en ) y a continuación la fórmula entre paréntesis.

b) Pulsa  **Calcular**.



Así funciona

Menú operaciones Operaciones

 Sumatorio

resolver ecuación

resolver sistema ▼

Menú símbolos Símbolos

⇒ Implica

⇒ Apunta a

Términos de una sucesión

Se emplea la función **aplicar_función**, que calcula los primeros términos de una sucesión dada por una fórmula (dentro del paréntesis se pone la variable, la fórmula, y el número de términos).

Ejemplo:

`aplicar_función(n⇒4n + 1, 1..10)`

Sustituir varias variables en una fórmula

Se escriben los valores de las variables entre llaves y a continuación la fórmula entre paréntesis. Ejemplo:

`{c ⇒ 1000, r ⇒ 0.05, t ⇒ 3}(c · (1 + r)t) → 1157.6`

Practica

105. Halla los términos generales de las siguientes sucesiones y calcula los diez primeros términos de cada una de ellas:

- a) 12, 20, 28...
- b) 14, 4, -6...
- c) 5, 15, 45...
- d) 6, 3, 3/2...

106. Calcula los ocho primeros términos de las siguientes sucesiones:

- a) $a_n = 4^n + 2$
- b) $a_n = 3n^2 - 5n + 2$
- c) $a_n = 4 \cdot (-2/3)^n$
- d) $a_n = (-2)^n$

107. Calcula la suma de los 125 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es $a_n = 4n/5 + 2/3$

108. Calcula la suma de los 7 primeros términos de la progresión geométrica cuyo término general es $a_n = 3 \cdot 2^n$

109. Calcula la suma de los infinitos términos de la siguiente progresión:
3, 1, 1/3...

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del Wiris.

110. En la progresión 9, 5, 1... ¿qué lugar ocupa el término que vale -47?

111. En una progresión aritmética conocemos los términos $a_6 = 23/6$ y $a_9 = 35/6$. Calcula la diferencia y el primer término.

112. En la progresión geométrica 8, 2, 1/2... ¿qué término vale 1/2048?

113. Encuentra la razón de la progresión geométrica que tiene $a_4 = 32/9$ y $a_6 = 512/81$

114. Se depositan 2000 € durante 3 años a un 5% de interés simple. Si Hacienda retiene un 18% de los intereses, ¿qué interés se obtiene al acabar dicho periodo?

115. Se depositan 3000 € a un interés compuesto del 7% durante 3 años con periodos de capitalización mensuales. Si Hacienda retiene el 18% cuando se recupera el capital, calcula el capital final.

3º ESO - 5. Lenguaje Algebraico

Paso a paso

90. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3, Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

Solución:

a) Para escribir el exponente elige en la opción **Potencia**.

b) Pulsa **Calcular**.



91. Desarrolla:

$$\begin{array}{r} \square 5x \square \\ + \square 3 \square \\ \hline \square \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{r} \square \\ 7 \\ \square \end{array}$$

a) Introduce la expresión.

b) Pulsa **Calcular**.

92. Factoriza:

$$x^3 + 10x^2 + 25x$$

Solución:

a) Introduce:

$$\text{factorizar}(x^3 + 10x^2 + 25x)$$

b) Pulsa **Calcular**.

93. Divide

$$D(x) = 6x^5 - 30x^3 + 22x^2 + 27x - 11$$

entre

$$d(x) = 2x^3 - 4x^2 + 6$$

Solución:

a) Elige en **Operaciones** la opción **División euclídeana** y escribe el dividendo y el divisor:

b) Pulsa **Calcular**.

94. Calcula el valor numérico del polinomio:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17 \text{ para } x = 2$$

Solución:

a) Introduce:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17$$

$$P(2)$$

b) Pulsa **Calcular**.

95. Halla las raíces del polinomio

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

Solución:

a) En **Operaciones** elige **resolver ecuación** y escribe:

$$\text{resolver}(x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0)$$

b) Pulsa **Calcular**.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

96. Halla el valor de **k** para que el resto de la siguiente división sea 5

$$(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$$

Solución:

Planteamiento: calcula el valor numérico del polinomio para $x = 2$ y resuelve la ecuación que resulta al igualar el resultado obtenido a 5

a) Introduce:

$$\text{sustituir}(x^3 + k \cdot x - 6, x, 2)$$

Se obtiene:

$$\text{Problema 96 } 2k + 2$$

b) Introduce: **Se aplica el teorema del resto**

$$\text{sustituir}(x^3 + k \cdot x - 6, x, 2) \rightarrow 2 \cdot k + 2$$

$$\text{resolver}(2k + 2 = 5) \rightarrow \left\{ \left\{ k = \frac{3}{2} \right\} \right\}$$

resolver(2k + 2 = 5)

Así funciona

Sumar, restar, multiplicar y desarrollar potencias de polinomios

Se introducen entre paréntesis, si es necesario se elevan a la potencia correspondiente, o se escribe el signo de sumar, restar o multiplicar.

Factorizar un polinomio

Se utiliza la función:

factorizar(polynomio)

Dividir polinomios

Se elige en **Operaciones** la opción **División euclídeana** y escribe el dividendo y el divisor.

Calcular el valor numérico de un polinomio

Para calcular el valor del polinomio $P(x)$ para $x = a$ se introduce el polinomio y luego $P(a)$:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17$$

$$P(2)$$

Hallar las raíces de un polinomio

Se resuelve la ecuación correspondiente de igualarlo a cero. Para escribir una ecuación se elige en **Operaciones** la opción **resolver ecuación**

Practica

97. Desarrolla:

a) $4x^3(2x + 3)^2$

b) $(x + 3)(x - 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

98. Factoriza:

a) $x^3 - 9x$

b) $x^2 - 5$

99. Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

$$Q(x) = 3x^2 + x - 4$$

100. Divide y haz la comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$$

entre

$$Q(x) = x^2 - 3x - 1$$

101. Divide:

$$D(x) = 6x^3 - 13x + 5$$

entre

$$d(x) = x + 2$$

102. Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$$

entre

$$x - 2$$

103. Halla las raíces del polinomio:

$$P(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris.

104. Halla el valor de **k** para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

105. Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$$

es divisible entre $x - 3$

3° ESO - 6. Ecuaciones

Paso a paso

248. Resuelve la siguiente ecuación:

$$4 + \frac{x-2}{3} - \frac{x-1}{2} = x - \frac{1}{4}$$

Solución:

- En **Operaciones** elige **resolver ecuación** y escribe los dos miembros de la ecuación.
- Pulsa **Calcular**.

Se abre la ventana **tablero1** con la curva dibujada.

249. Resuelve la siguiente ecuación:

$$3x^2 + x - 4 = 0$$

Solución:

```
Ejercicio 249
resolver(3x^2+x-4=0) -> {{x=1},{x=-4/3}}
```

250. Halla la descomposición factorial del polinomio:

$$x^2 + x - 6$$

Solución:

- Introduce:
factorizar(x² + x - 6)
- Pulsa **Calcular**.

251. Representa gráficamente la siguiente parábola y calcula las soluciones de la ecuación correspondiente viendo la gráfica.

fica.

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Solución:

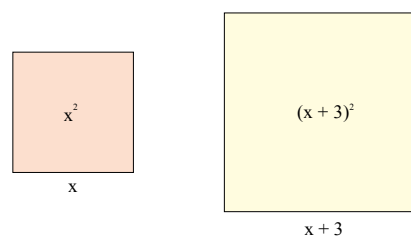
- En **Operaciones** elige **representar** y escribe:
representar(x² - 2x - 3, {curva = {color = rojo, anchura_línea = 2}})
- Pulsa **Calcular**.

Elige en la barra de herramientas **Valor** y acerca el puntero del ratón a los puntos de corte de la curva con el eje X y observa los valores.

Cierra la ventana **tablero1**

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda del Wiris:

252. El lado de un cuadrado mide 3 m más que el lado de otro cuadrado. Si la suma de las dos áreas es de 89 m², calcula las dimensiones de los dos cuadrados.



Solución:

```
Planteamiento: x^2 + (x + 3)^2 = 89
resolver(x^2 + (x + 3)^2 = 89) -> {{x=-8},{x=5}}
La solución x = -8 no sirve.
Los lados de cada cuadrado miden 5 y 8 m
```


Así funciona

Resolver ecuación

Para escribir una ecuación se elige en **Operaciones** la opción **resolver ecuación**

Factorizar un polinomio

Se utiliza la función:

factorizar(polinomio)

Representar una función

En **Operaciones** se elige la opción **representar**


Para ponerle color y ancho de línea se escribe a continuación de la expresión de la función:


, {**curva = {color = rojo, anchura_línea = 2}**}


Los colores disponibles son: negro, blanco, rojo, verde, azul, cian, magenta, amarillo, marrón, naranja, rosa y gris. Los anchos de línea son cualquier número.

Para ver más opciones consultar en **Wiris la Guía rápida**, sección **Gráficos 2D**

Ventana tablero1

 **Nombre**, muestra el nombre del objeto al que se apunte con el puntero del ratón.

 **Valor**, muestra el valor del objeto al que se apunte con el puntero del ratón.

 **Definición**, muestra la definición del objeto al que se apunte con el puntero del ratón.

Practica

Resuelve las siguientes ecuaciones:

254. $6 + 3x = 4 + 7x - 2x$

255. $4 - 3(2x + 5) = 5 - (x - 3)$

256. $7 - x = \frac{9}{2} + 7x - 5$

257. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} + \frac{10-3x}{5} = 0$

258. $4x^2 - 3x = 0$

259. $4x^2 - 81 = 0$

260. $x^2 - 5x + 6 = 0$

261. $x^2 - 4x + 4 = 0$

262. $8x^2 - 2x - 3 = 0$

263. Representa gráficamente las siguientes parábolas y calcula las soluciones de las ecuaciones correspondientes viendo las gráficas.

a) $y = x^2 - 4$

b) $y = x^2 + 4x + 4$

c) $y = -x^2 + x + 2$

d) $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$

264. Halla la descomposición factorial de los siguientes trinomios de segundo grado:

a) $x^2 - 9$

b) $x^2 - x - 12$

c) $x^2 - x - 20$

d) $x^2 + 8x + 15$

265. Halla una ecuación de segundo grado que tenga las raíces:

a) $x_1 = 5, x_2 = -3$ b) $x_1 = 1, x_2 = 2$

c) $x_1 = 7, x_2 = -9$ d) $x_1 = -6, x_2 = 8$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del **Wiris**:

266. Calcula un número tal que, si se le quita su quinta parte, el resultado sea 60

267. Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son números enteros consecutivos.

268. Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumente en 395 unidades cuadradas.

269. Se desea mezclar 50 kg azúcar de 1,24 €/kg con azúcar de 1,48 €/kg. ¿Cuántos kilos de azúcar moreno se necesitan para que la mezcla salga a

1,32 €/kg?

270. Las diagonales de un rombo miden

18 cm y 12 cm. ¿Qué longitud se debe añadir a las diagonales para que el área del rombo se duplique?

3º ESO - 7. Sistemas de ecuaciones

Paso a paso

109. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

- a) En **Operaciones** elige **resolver sistema** y escribe las dos ecuaciones.
b) Pulsa **Calcular**.

Le añadimos {y} para que despeje la 2ª variable en función de la 1ª

Dando valores a x se obtienen los correspondientes valores de y, que son las infinitas soluciones que tiene el sistema. Por

ejemplo: x = 0, y = 1; x = 1, y = 4, etcétera.

112. Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible determinado, halla la solución.

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Solución:

- a) En **Operaciones** elige **representar** y escribe: **representar(2x + y = 9, {color = rojo})**
b) Pulsa **[Intro]** para continuar en el mismo bloque y escribe:
c) **representar(x - 3y = 1, {color = azul})**
d) Pulsa **=** **Calcular**.

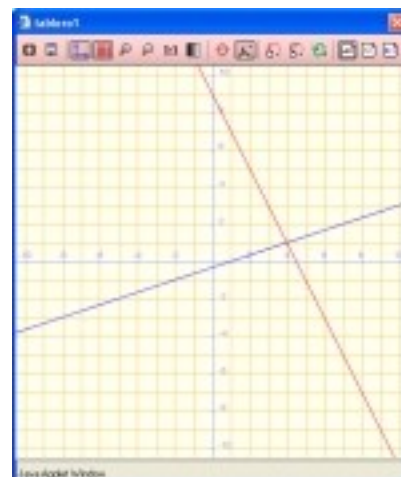
110. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{cases}$$

Solución:

Ejercicio 110
resolver $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{cases}$ → **El sistema es incompatible.**

111. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del re-



sultado:

$$3x - y = -1 \quad \square$$

$$-9x + 3y = 3 \quad \square$$

Solución:

Ejercicio 111

$$\text{resolver} \left[\begin{array}{l} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array} \right] \rightarrow \left\{ \left\{ x = \frac{1}{3} \cdot y - \frac{1}{3}, y = y \right\} \right\}$$

$$\text{resolver} \left(\left[\begin{array}{l} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{array} \right], \{y\} \right) \rightarrow \{(y = 3 \cdot x + 1)\}$$

El sistema es compatible indeterminado.

Ejercicio 112

representar $(2x + y = 9, \{\text{color} = \text{rojo}\}) \rightarrow \text{tablero1}$

representar $(x - 3y = 1, \{\text{color} = \text{azul}\}) \rightarrow \text{tablero1}$

El sistema es compatible determinado.

La solución es $x = 4, y = 1$

Así funciona

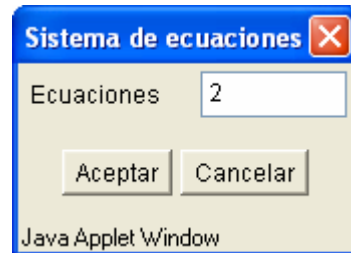
Resolución algebraica de un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas

En **Operaciones** se elige **resolver sistema** en el número de ecuaciones se escribe **2** y se pulsa el botón **Aceptar**.

Se escriben las dos ecuaciones y se pulsa el botón **Calcular**.

Se pueden presentar 3 casos:

- Si el sistema es **compatible determinado**, escribe la solución.
- Si el sistema es **incompatible**, escribe []
- Si el sistema es **compatible indeterminado**, despeja la 1ª variable en función de la 2ª. Si se quiere la 2ª variable en función de la 1ª, hay que añadir la 2ª entre llaves después del sistema: **resolver({sistema},{y})**



Resolución gráfica de un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas

- En **Operaciones** se elige **representar** y se escribe la 1ª ecuación:
representar(2x + y = 9, {color = rojo})
- Se pulsa [**Intro**] para continuar en el mismo bloque y se escribe la 2ª ecuación:
representar(x - 3y = 1, {color = azul})
- Se pulsa **Calcular**.

Practica

114. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas, y clasificalos a la vista del resultado:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 3x + 2y = 2 \square \\ & \quad \quad \quad \text{b)} & 4x - 6y = 3 \square \\ & 5x - 4y = 40 \square & -2x + 3y = 5 \square \end{array}$$

115. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas, y clasificalos a la vista del resultado:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 9x - 6y = 12 \square \\ & \quad \quad \quad \text{b)} & 3x - 5y = 4 \square \\ & -3x + 2y = \square & 2x + y = 7 \square \end{array}$$

116. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas, clasificalos y, si es compatible determinado, halla la solución.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & x - y = 1 \square \\ & \quad \quad \quad \text{b)} & 2x + 3y = 12 \square \\ & -2x + 2y = 5 \square & 3x - 2y = 5 \square \end{array}$$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del Wiris:

117. Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?


118. En un rectángulo, la suma de las longitudes de la base y la altura es 35 m

y la longitud de la base menos la longitud de la altura es 7 m. ¿Cuánto mide

cada lado?

Paso a paso

Modificar el ancho de una columna

Se coloca el ratón en la cabecera de las columnas, entre la columna cuyo ancho se desea modificar y la siguiente, y cuando el cursor se transforma en  se arrastra.

Opciones de la barra de herramientas formato que se utilizarán

- Negrita.
- Combinar y centrar.
- Aumentar decimales.
- Disminuir decimales.
- Bordes.
- Color de relleno.
- Color de fuente.

Siempre que haya **decimales** se deben redondear a dos utilizando  **Disminuir decimales**.


45. Para conocer el deporte preferido por los alumnos de una clase se les ha preguntado cuál es el que más les gusta y se han obtenido los siguientes resultados:

Valores	Frecuencias
x_i	n_i
Fútbol	11
Baloncesto	7
Balonmano	4
Voleibol	6
Atletismo	5

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, haz el diagrama de sectores correspondiente e interpreta los resultados obtenidos.

Solución:

	A	B
1	Deportes	
2	Datos cualitativos	
3	Valores	Frecuencias
4	x_i	n_i
5	Fútbol	11
6	Baloncesto	7
7	Balonmano	4
8	Voleibol	6
9	Atletismo	5
10	Total	
11	Parámetros de centralización	
12	Moda	




- a) Abre **Microsoft Excel**. En la **Hoja1** copia los datos iniciales que hay en la tabla anterior. Tienes que combinar el rango **A1:B1**, **A2:B2** y **A11:B11**, hacer más ancha la columna A, poner colores al texto y al fondo, bordes, etc.
- b) Haz *click* en la celda **B10**, elige  **Autosuma**, selecciona el rango **B5:B9** y haz *click* en **Introducir**, se obtiene **33**

Cálculo de los parámetros

Como los datos son cualitativos no ordenables solo tiene sentido hallar la moda, que es el valor que tiene mayor frecuencia: 11. En la celda **B12** escribe **Fútbol**

Generación del gráfico



- a) En la barra de menús elige **Insertar**.
- b) Selecciona el control de menús  **Gráfico circular 3D**
- c) Elige **Seleccionar datos**, en el cuadro de texto **Rango de datos del gráfico** **selecciona con el ratón** el rango **B5:B9**; en el marco **Etiquetas del eje horizontal** haz *click* en el botón **Editar** en el cuadro de texto **Rango de rótulos del eje** **selecciona con el ratón** el rango **A5:A9**
- d) Selecciona **Diseño**/ **Diseño 1**, ponle como título **Deportes**
- e) Mejora la presentación del gráfico con las opciones del menú **Formato**, para que quede como el anterior.
- f) Cuando hayas terminado, elige  **Guardar** y guárdalo en tu carpeta con el nombre **3B13**

Interpretación

El deporte más practicado es el fútbol

46. Para conocer el índice de natalidad de las familias de los estudiantes de un centro, se les ha preguntado a los alumnos de una clase por el número de hermanos que son, y se han obtenido los resultados de la siguientes tabla:

Valores	Frecuencias
x_i	n_i
1	8
2	11
3	5
4	3
5	1

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, e interpreta los resultados obtenidos. Haz un gráfico de barras.

	A	B	C	D	E
1	Índice de natalidad				
2	Datos cuantitativos discretos				
3	Valores	Frecuencias			
4	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
5	1	8			
6	2	11			
7	3	5			
8	4	3			
9	5	1			
10	Total				
11	Parámetros de centralización				
12	Moda				
13	Mediana				
14	Media				
15	Parámetros de dispersión				
16	Recorrido				
17	Varianza				
18	Desviación típica				
19	Coefficiente de variación				

Solución:

- Elimina las hojas: **Hoja2** y **Hoja3**
- Para copiar la **Hoja1**. En la barra de menús elige **Inicio/Formato/Mover o copiar hoja...** en la ventana **Mover o copiar** leige (**mover al final**) y activa la casilla de verificación **crear una copia**. Cambia el nombre de la hoja y ponle **Hoja2**
- Modifica la **Hoja2** para que esté adaptada a los nuevos datos. Observa que la suma total se calcula automáticamente, **28**

Cálculo de los parámetros

Como los datos son cuantitativos discretos, se pueden hallar todos los parámetros de centralización y de dispersión.

Parámetros de centralización

- Moda**: en la celda **C12** escribe **2**

- Mediana**: calcula las frecuencias acumuladas, para ello en la celda **C5** escribe la fórmula **=SUMA(\$B\$5:B5)** y **arrastra** el **Controlador de relleno** (es el cuadradito que aparece en la esquina inferior derecha de la celda seleccionada) de dicha celda hasta la celda **C9**. La mitad de los datos son 14 y el primer dato que sobrepasa en la frecuencia acumulada corresponde al 2. Escribe en la celda **C13** un **2**
- Media**: escribe en la celda **D5** la fórmula **=A5*B5** y **arrastra** el **Controlador de relleno** de dicha celda hasta la celda **D9**. En la celda **D10** suma los datos que hay encima. En la celda **C14** introduce la fórmula **=D10/B10** y se obtiene **2,21**

Parámetros de dispersión

- Recorrido**: en la celda **C16** escribe la fórmula **=MAX(A5:A9)-MIN(A5:A9)** y se obtiene **4**
- Varianza**: escribe en la celda **E5** la fórmula **=A5^2*B5** y **arrastra** el **Controlador de relleno** hasta la celda **E9**. En la celda **E10** suma los datos que hay encima. En la celda **C17** introduce la fórmula **=E10/B10-C14^2** y se obtiene **1,17**
- Desviación típica**: en la celda **C18** introduce la fórmula **=RAIZ(C17)** se obtiene **1,08**
- Coefficiente de variación**: en la celda **C19** introduce la fórmula **=C18/C14** y se obtiene **0,49**

Interpretación



Como el coeficiente de variación

$$CV = 0,49 = 49\% > 30\%$$

Los datos están dispersos.

Generación del gráfico



- a) Selecciona el gráfico y en el menú **In-**
sertar elige  y escoge la primera
opción **Columna agrupada**.
- b) Haz *click* en una de las etiquetas de la
parte superior de una de las columnas
para seleccionarlas y pulsa la tecla
[Supr] para eliminarlas.
- c) Mejora la presentación del gráfico con
las opciones del menú **Formato**, para
que quede como el anterior.
- d) Elige  **Guardar**.

47. Para conocer el peso medio de los integrantes de un club juvenil, se ha tomado una muestra y se han obtenido los resultados de la tabla siguiente.

Peso (kg)	Marca de clase	Frecuencias
Intervalo	x_i	n_i
52,5-57,5	55	3
57,5-62,5	60	4
62,5-67,5	65	10
67,5-72,5	70	12
72,5-77,5	75	7
77,5-82,5	80	4

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, y haz el histograma correspondiente e interpreta los resultados obtenidos.

Solución:

	A	B	C	D	E
1	Peso de jóvenes				
2	Datos cuantitativos continuos				
3	Marca de clase	Frecuencias			
4	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
5	55	3			
6	60	4			
7	65	10			
8	70	12			
9	75	7			
10	80	4			
11	Total				
12	Parámetros de centralización				
13	Moda				
14	Mediana				
15	Media				
16	Parámetros de dispersión				
17	Recorrido				
18	Varianza				
19	Desviación típica				
20	Coefficiente de variación				

- a) Haz una copia de la **Hoja2** en la **Hoja3**

- b) Modifica la **Hoja3** para que esté adaptada a los nuevos datos. En la fila 9 tienes que insertar una fila.

Cálculo de los parámetros

Como los datos son cuantitativos continuos se pueden hallar todos los parámetros.

Parámetros de centralización


- a) **Moda:** en la celda **C13** escribe **70**
b) **Mediana:** en la celda **C14** escribe **70**
c) **Media:** tienes que obtener **68,50**

Parámetros de dispersión

- a) **Recorrido:** tienes que obtener **20**
b) **Varianza:** tienes que obtener **45,25**
c) **Desviación típica:** tienes que obtener **6,73**
d) **Coefficiente de variación:** tienes que obtener **0,10**

Generación del gráfico



- a) Selecciona las columnas del gráfico haciendo *click* en una de ellas. En el menú *contextual*, que se obtiene haciendo *click* en el botón derecho, elige **Dar formato a serie de datos...** En el marco **Ancho de intervalo** pon **0%**
- b) Elige  **Guardar**.

Interpretación

Los datos se agrupan en torno a 68,5 kg, con una dispersión pequeña, $0,1 = 10\% = 10\% < 30\%$

Así funciona

Mover o copiar una hoja

Los problemas 48, 49 y 50 son muy parecidos a los 45, 46 y 47; para hacerlos, se escoge el que sea del mismo tipo, se elige **Inicio/Formato/Mover o copiar hoja...** en la ventana **Mover o copiar** se selecciona (**mover al final**) y activa la casilla de verificación **crear una copia**. Para terminar, se hacen los cambios oportunos.

Formato: escribir subíndices, x_i

Se escribe **x_i** , se selecciona la letra **i**, en la barra de menús se elige **Inicio/Fuente** y se activa la casilla de verificación **Subíndice**.

Control de relleno

Es el cuadradito negro que aparece en la parte inferior derecha de la celda o rango seleccionado. Si dentro de la celda o rango seleccionado hay una fórmula y se *arrastra* el **Controlador de relleno**, se hace una copia relativa de la fórmula seleccionada,

Practica

48. Para conocer el gusto por la lectura de los alumnos de un centro se ha hecho una encuesta obteniendo los siguientes resultados:

Tipo de literatura	Nº de alumnos
x_i	n_i
Novela	10
Aventuras	12
Ciencia ficción	8
Poesía	4

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea e interpreta los resultados obtenidos.

49. Para conocer el número de personas que viven en el hogar familiar en una ciudad se ha hecho una encuesta y se han obtenido los siguientes resultados:

Valores	Frecuencias
x_i	n_i
3	10
4	15
5	9
6	6

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea e interpreta los resultados obtenidos.

50. Para conocer la estatura de los alumnos de un centro se ha hecho una encuesta y se han medio sus integrantes obteniendo los siguientes resultados:

Estatura (cm)	Marca de clase	Frecuencias
Intervalo	x_i	n_i
149,5-154,5	152	4
154,5-159,5	157	5
159,5-164,5	162	7
164,5-169,5	167	9
169,5-174,5	172	5

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea e interpreta los resultados obtenidos.

Paso a paso

93. Investiga sobre la **Ley de los grandes números**: simula el lanzamiento de un dado de forma de tetraedro con las caras numeradas del 1 al 4. Haz distintos lanzamientos, cuenta el número de lan-

zamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras, por ejemplo el 3. Calcula las frecuencias relativas y represéntalas en un gráfico de líneas.

Solución:




Generación de las tablas de números

- Abre **Microsoft Excel** y, en la **Hoja1**, selecciona las columnas de la **A** a la **J** haciendo *click* en la cabecera de la columna **A** y *arrastrando* el ratón hasta la **J**
- Con las columnas seleccionadas, en el menú *Contextual* elige **Ancho de columna...** y escribe **2**
- Haz *click* en la celda **A2** y escribe la fórmula: = **1 + ENTERO(4 * ALEATORIO())**
- Arrastra* el **Controlador de relleno**, que es el cuadradito negro que aparece en la parte inferior derecha de la celda, hasta la celda **J2**
- En la celda **K2** introduce la fórmula = **CONTAR.SI(\$A\$2:J2;3)**
- En la celda **L2** introduce la fórmula = **CONTAR(\$A\$2:J2)**
- En la celda **M2** introduce la fórmula = **K2/L2**
- Teniendo seleccionada la celda **M2**, selecciona en la barra de menús **Inicio/Número**. En la ventana **Formato celdas**, en la ficha **Número**, elige **Número**, y en **Posición de decimales** escribe **4**
- Marca el rango **A2:M2** y *arrastra* el **Controlador de relleno** hasta la celda **M21**
- Escribe los textos de la primera fila y mejora la presentación poniéndole colores al texto y al fondo.

Generación del gráfico

- En la barra de menús elige **Insertar**.
- Selecciona el control de menús **Línea** / **Línea con marcadores**.
- Elige **Seleccionar datos**, en el cuadro de texto **Rango de datos del gráfico** **selecciona con el ratón** el rango **M2:M21**; en el marco **Etiqueta del eje horizontal** haz *click* en el botón **Editar**, en el cuadro de texto **Rango de rótulos del eje** **selecciona con el ratón** el rango **L2:L21**



- d) Selecciona **Diseño**/ **Diseño 1**, ponle el título.
- e) Mejora la presentación del gráfico a través del menú **Formato**, o del menú *Contextual* de sus objetos.
- f) Guarda el libro en tu carpeta con el nombre de **3B14**
- g) Luego pulsa varias veces la tecla [**F9**] y verás que, automáticamente, se regeneran las tablas y el gráfico.

Así funciona

Generar números aleatorios

La función **ALEATORIO()** da un número aleatorio mayor o igual que 0 y menor que 1

4 * ALEATORIO() da un número aleatorio mayor o igual que 0 y menor que 4

ENTERO(4 * ALEATORIO()) calcula la parte entera y dará los números: 0, 1, 2 y 3

1 + ENTERO(4 * ALEATORIO()) genera los números 1, 2, 3 y 4

Contar números

CONTAR(rango) cuenta los números que hay en el rango.

CONTAR.SI(rango;3) cuenta en el rango en número de veces que aparece el 3

Copiar datos y fórmulas

A partir de la **Hoja1** se pueden obtener las hojas siguientes para realizar los ejercicios 94, 95, 96 y 97

- a) Elimina las hojas: **Hoja2** y **Hoja3**
- b) Para copiar la **Hoja1** en la barra de menús elige **Inicio/Formato/Mover o copiar hoja...** en la ventana **Mover o copiar** leige (**mover al final**) y activa la casilla de verificación **crear una copia**
- c) Cambia el nombre de la hoja y ponle **Hoja2**
- d) Modifica esta hoja para que se adapte a los datos del ejercicio **94**
- e) Para cada uno de los ejercicios siguientes se procede de igual modo.

Practica

94. En la **Hoja 2** del mismo libro investiga sobre la **Ley de los grandes números**: simula el lanzamiento de un dado de forma cúbica con las caras numeradas del 1 al 6. Realiza distintos lanzamientos, cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras, por ejemplo, el 5. Calcula las frecuencias relativas y represéntalas en un gráfico de líneas.

95. En la **Hoja 3** del mismo libro haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma octaédrica con las caras numeradas del 1 al 8 y obtener por ejemplo, el 6

96. En la **Hoja 4** del mismo libro haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y obtener la cara 9

97. En la **Hoja 4** del mismo libro haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma de icosaedro con las caras numeradas del 1 al 20 y obtener por ejemplo, el 15



98. Al final guarda el libro **Probabilidad** completo con todas las hojas de cálculo.

Paso a paso

- a) En la barra de menús elige **Visualiza** y activa la opción **Cuadrícula**.
- b) Para elegir una herramienta, haz *clic* sobre ella. Si ésta no está visible, tienes que hacer *clic* sobre el triángulo inferior derecho del botón de la herramienta que la contiene.
- c) Para aplicar una propiedad a un objeto, tales como el color, grosor, estilo..., primero lo dibujas y luego, en su menú *Contextual* elige **Propiedades**. Ponle a cada objeto su color.
- d) **Guardar los ejercicios:** en tu carpeta personal crea una carpeta de nombre **08**. Al terminar cada ejercicio elige en la barra de menús **Archivo/Nuevo**. El programa pregunta si deseas archivarlo, dile **Sí** y guárdalo en tu carpeta **08** con el nombre del número del ejercicio. Por ejemplo, para guardar el ejercicio **79**, le debes poner de nombre **79**

79. Dada la función $y = \cos 2x$, ¿es continua?, ¿es periódica?, ¿es simétrica respecto al eje Y?

Solución:

- a) En el **Campo de Entrada**, barra inferior, escribe **cos (2x)** y pulsa **[Intro]**
- b) En el menú *Contextual* de la curva, elige **Propiedades/Color/Rojo**.
- c) Elige  **Insertar texto**, haz *clic* en la **Zona Gráfica**.
- d) En la ventana **Texto** escribe:
Es una función continua,
periódica de período π y
simétrica respecto del eje Y
- e) Elige  **Desplaza**, haz *clic* en el texto y llévalo a la parte inferior derecha.



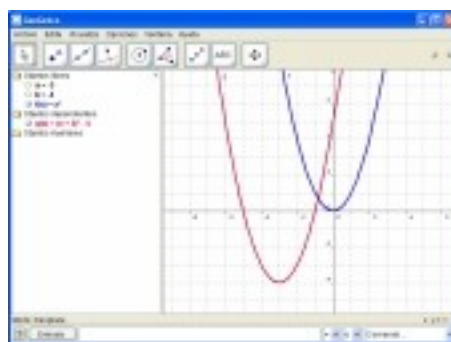
81. Representa la función:

$$y = x^2$$

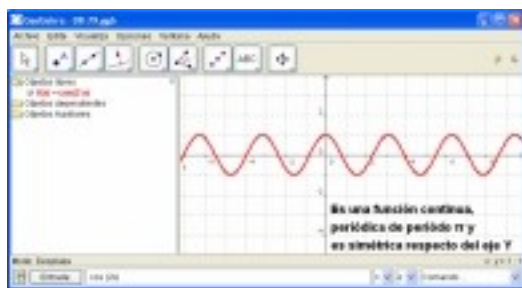
Haz una traslación de 3 unidades a la izquierda y de 4 unidades hacia abajo.

Solución:

- a) Representa la parábola inicial.
- Traslación*
- b) En el **Campo de Entrada** introduce:
a = - 3
b = - 4
f(x - a) + b



Interactividad:



80. Representa la siguiente función y halla:

$$y = -\frac{x^3}{8} + \frac{3x}{2} + 2$$

- ¿Dónde es creciente y dónde decreciente?
- Los máximos y los mínimos.
- ¿Dónde es convexa (∪) y cóncava (∩)?
- Los puntos de corte con los ejes.

Solución:

- a) En el **Campo de Entrada** introduce:
-x^3/8 + 3x/2 + 2
- b) Escribe el texto.

c) Elige **Desplaza** y en la ventana **Álgebra** haz *clic* sobre **a = - 3**.
Pulsa reiteradamente las teclas [Ctrl] [+] o [Ctrl] [-]. Haz lo mismo con el

valor de **b = - 4**

82. Internet. Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Así funciona




Zoom de acercamiento

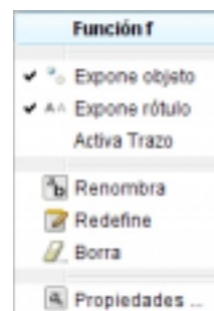


Zoom de alejamiento


Menú Contextual

Es el menú asociado a cada objeto. Para obtenerlo se apunta con el ratón (g11)  al objeto y se pulsa el botón derecho. Este menú se llama

Con-
textual porque es relativo al objeto elegido. Por ejemplo, el menú *Contextual* de una curva es el de la parte derecha. Algunas de sus opciones son comunes a varios objetos.



Mover los ejes

Para mover los ejes se pulsa la tecla [Ctrl], se hace *clic* en cualquier punto de la zona gráfica y se *arrastra*. También se puede elegir  **Desplaza la zona gráfica** y hacer *clic* en cualquier punto de la zona gráfica y mover el ratón.

Propiedades de un objeto

Primero se crea el objeto, después en su menú *Contextual* se elige **Propiedades...** y se modifican. Las propiedades de cada elemento, como son el color, grosor, tipo de línea... no se indican en los ejercicios; se ven directamente en el dibujo que hay que realizar.

Las propiedades de un texto se encuentran en la imagen de la derecha.



Practica

Representa las siguientes fórmulas y razona cuáles son funciones y cuáles no lo son.

83. $y = 2x - 1$

84. $x^2 + y^2 = 25$

85. $y = \frac{6}{x}$

86. $x - y^2 = 0$

Representa las funciones y , para cada una de ellas, contesta: ¿Es continua? ¿Es periódica? ¿Es simétrica respecto del eje Y ?

87. $y = \frac{x}{2}$

88. $y = \frac{6}{x^2}$

89. $y = x - \text{floor}(x)$

90. $y = \tan x$

91. Representa la función: $y = 2x$

Haz una traslación de 3 unidades hacia arriba.

representa las funciones y , para cada una de ellas, halla:

92. $y = x^2 - 2x - 3$

93. $y = -x^2 + 4$

94. $y = \frac{x}{3} - x + 2$

95. $y = \cos(\pi x)$

96. Representa la función:

$$y = -x^2$$

Haz una traslación de 5 unidades hacia arriba y luego una traslación de 3 unidades hacia la derecha.

97. Una casa A de alquiler de coches cobra 3 € por cada hora. Otra casa B cobra una cantidad fija de 10 € más 2 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar un coche en la casa A y en la casa B

3º ESO - 12. Funciones lineales y afines

Paso a paso

172. Representa gráficamente la siguiente función:

$$y = 2x + 3$$


Clasifícala y halla la pendiente y la ordenada en el origen. Estudia el crecimiento.

Solución:

a) En el **Campo de Entrada** introduce:

$$\begin{aligned} m &= 2 \quad b \\ &= 3 \quad m \cdot x \\ &+ b \end{aligned}$$

Interactividad:

b) Elige  **Desplaza** y en la ventana **Álgebra** haz clic sobre **m = 2**. Pulsa reiteradamente las teclas [Ctrl] [+] o [Ctrl] [-], observa lo que sucede. Al final deja **m = 2**

c) Haz lo mismo con el valor de **b = 3**

d) Escribe el texto.



173. Representa gráficamente la siguiente función y sus asíntotas:

$$y = \frac{2}{x-1} - 3$$

Estudia el crecimiento según los valores de **k**

Solución:

Hipérbola

a) En el **Campo de Entrada** introduce:

$$\begin{aligned} k &= 2 \\ s &= 1 \\ r &= -3 \\ k/(x-s) + r \end{aligned}$$

Asíntotas

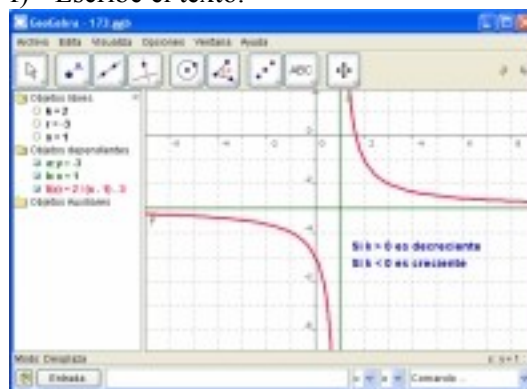
b) En el **Campo de Entrada** introduce:

iteradamente las teclas [Ctrl] [+] o [Ctrl] [-], observa lo que sucede. Al final deja **k = 2**

d) Haz lo mismo con **s**. Al final deja **s = 1**

e) Prueba de forma análoga con **r**. Al final deja **r = -3**

f) Escribe el texto.



Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de GeoGebra:

174. Halla la fórmula que calcula el coste de las peras si un kilo cuesta 1,23 €. Representácala gráficamente. ¿Qué tipo de función es? Halla la pendiente.

Solución:

Planteamiento.

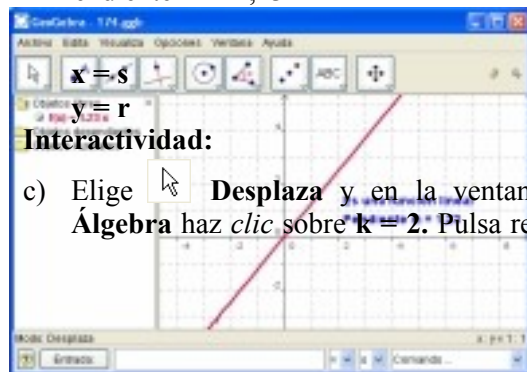
Fórmula: $y = 1,23x$

a) En el **Campo de Entrada**, escribe:

$$1.23x$$

b) Escribe el texto


Es una función lineal
Pendiente $m = 1,23$





Así funciona

Interactividad


Cuando una variable se define a través del **Campo de Entrada** se puede modificar volviendo a introducir un nuevo valor. Para modificar de forma continua una variable se elige  **Desplaza** y en la ventana **Álgebra** se hace *click* sobre la medida o amplitud; al pulsar reiteradamente del teclado numérico las teclas $[+]$ y $[-]$, el valor de la variable va cambiando de **0,1 en 0,1**. Para cambiarlo de **1 en 1** se pulsa $[\text{Ctrl}] [+]$ o $[\text{Ctrl}] [-]$



Copiar estilo visual

Copia el estilo de un objeto en otro u otros.

Es muy útil cuando elegimos un estilo para un objeto y en el mismo dibujo tenemos varios objetos a los que deseamos ponerles el mismo estilo. Por ejemplo copiar el estilo de una asíntota en la otra.

Para aplicar un estilo, se selecciona  **Copiar estilo visual**, se hace *click* sobre el objeto que lo contiene y se va haciendo *click* en todos los que deseemos.

Practica

176. Representa gráficamente las siguientes ecuaciones, di cuáles son funciones y clasificalas. Halla la pendiente de la funciones lineales y afines di si son crecientes o decreciente:

a) $y = \frac{2x}{3}$

b) $y = 4$

c) $x = -5$

d) $y = -\frac{x}{5} + 2$

177. Dibuja la gráfica de las funciones afines siguientes, halla en cada una de ellas la pendiente y su ordenada en el origen. ¿Cuál es creciente? ¿Cuál es decreciente?

a) $y = \frac{2x}{3} - 1$

b) $y = -\frac{x}{4} + 3$

178. Representa gráficamente las siguientes funciones y sus asíntotas:

a) $y = \frac{1}{x+3} - 2$

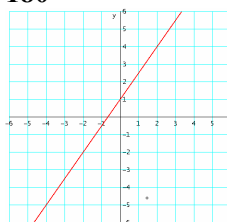
b) $y = \frac{3}{x-2} + 4$

Calcula el valor de **k** y estudia el crecimiento.

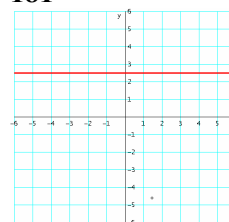
179. Representa las siguientes funciones, di cuáles son de proporcionalidad directa o inversa y halla en éstas la constante de proporcionalidad.

Clasifica las siguientes funciones y halla mediante *ensayo-acierto* su fórmula

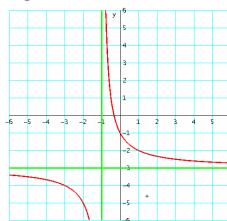
180



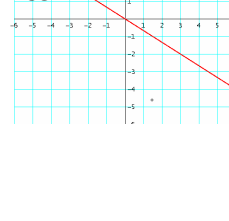
181



182



183



Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda del GeoGebra:

184. Halla la fórmula que calcula el coste de la leche si un litro cuesta 0,85 € y

a) $y = -3x + 1$

b) $y = -\frac{4}{x}$

representala gráficamente. ¿Qué tipo de función es? Halla la pendiente.

6 km a velocidad constante.

185. Una persona tiene que recorrer

a) Calcula el tiempo que tarda en hacer el recorrido en función de la velocidad.

c) $y = \frac{x}{5}$

d) $y = x^2 - 3x$

b) ¿Qué tipo de función es?

c) Halla la constante de proporcionalidad.

d) Representa la función gráficamente.

3º ESO - 12. Funciones lineales y afines

Paso a paso

71. Representa la siguiente parábola:

$$y = x^2 - 6x + 5$$

Halla:

- El eje de simetría. Dibújalo.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:

a) En el **Campo de Entrada**, introduce:

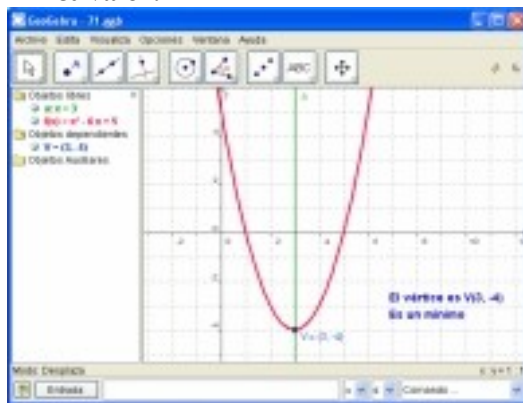
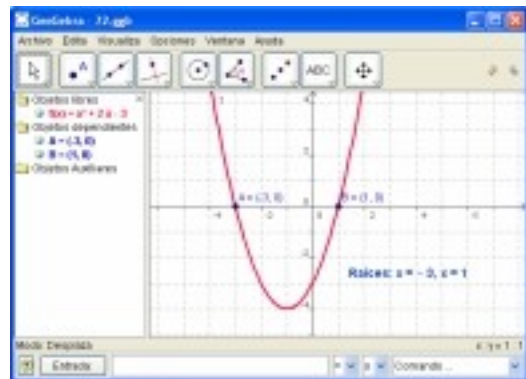
$$x^2 - 6x + 5$$

b) Introduce el eje $x = 3$

c) Elige  **Nuevo Punto** y haz *click* en el vértice.

d) En el menú *Contextual* del punto elige **Renombrar** sustituye la A por V

e) En el menú *Contextual* del punto elige **Propiedades/Expone rótulo/Nombre & valor.**




72. Dada la parábola:

$$y = x^2 + 2x - 3$$

- Representala.
- Halla los puntos de corte con el eje X
- Halla las raíces de la ecuación de 2º grado correspondiente.

Solución:

a) Representa la parábola.

b) Elige  y haz *click* en la parábola y en el eje X

c) En los puntos elige **Nombre & valor.**


73. Dadas las parábolas:

$$y = x^2 - 4x - 1, y = -x^2 + 5$$

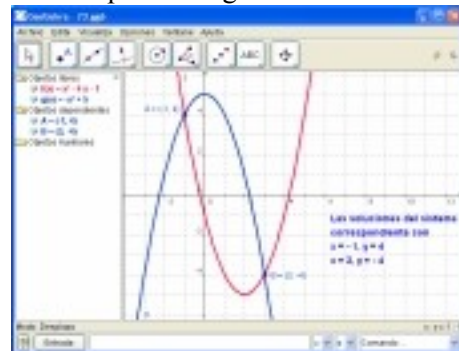
- Representalas.
- Halla los puntos de corte.
- Halla las soluciones del sistema.

Solución:

a) Representa las parábolas.

b) Elige  y haz *click* en una parábola y luego en la otra.

c) En los puntos elige **Nombre & valor.**



74. Representa la siguiente parábola:

$$y = a(x - p)^2 + c$$

Estudia la gráfica según los valores de **a**, **b** y **c**


Solución:

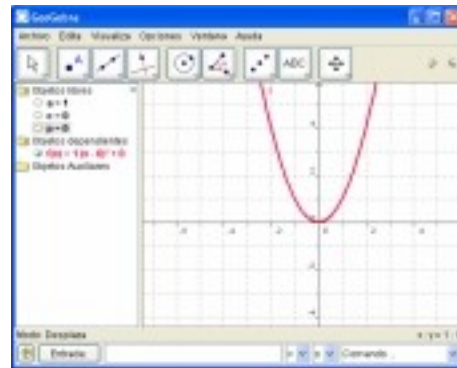
a) En el **Campo de Entrada**, introduce:

$$a = 1, c = 0, p = 0$$

$$a*(x - p)^2 + c$$


Interactividad:

- b) Elige  **Desplaza** y en la ventana **Álgebra** haz *clic* sobre **a = 1**. Pulsa reiteradamente las teclas [Ctrl] [+] o [Ctrl] [-], observa lo que sucede. Al final deja **a = 1**
- c) Haz lo mismo con **c**. Al final deja **c = 0**
- d) Prueba de forma análoga con **p**. Al final deja **p = 0**




Así funciona

Punto de intersección

Para hallar el punto de intersección de dos objetos se elige la herramienta  **Intersección de dos objetos** y se hace *clic* en cada objeto.

Trabajo con objetos

Seleccionar un objeto: se elige  **Desplaza** y se hace *clic* sobre el objeto.

Quitar selección: se pulsa la tecla [Esc], o se hace *clic* con  **Desplaza** en cualquier parte de la **Zona gráfica** en la que no haya objetos.

Borrar objeto: se selecciona y se pulsa la tecla [Supr]

Borrar todos los objetos: en la barra de menús se selecciona **Archivo/Nuevo** y se elige **No**.

Deshacer/Rehacer las últimas acciones: se pulsán las teclas [Ctrl][Z], o bien, a la derecha de

la barra de herramientas se elige  **Deshacer** y  **Rehacer**.

Practica

Representa las siguientes parábolas y halla:

- El eje de simetría y dibújalo.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

75. $y = 2x^2 + 8x + 3$

76. $y = -x^2 + 6x - 5$

Representa las siguientes parábolas, halla los puntos de corte con el eje **X** y las raíces de la ecuación de 2º grado correspondiente.

77. $y = -2x^2 - 8x - 6$

78. $y = x^2 + 6x + 9$

79. $y = 3x^2 + 2x + 1$

Representa las siguientes rectas y parábolas, halla los puntos de corte y las soluciones del sistema correspondiente.

80. $y = 2x - 7$; $y = x^2 - 4x + 1$

81. $y = 2x - 5$; $y = 3x^2 - 16x + 22$

82. $y = -2x - 3$; $y = 2x^2 - 6x + 3$

Representa las siguientes parábolas, halla los puntos de corte y las soluciones del

sistema correspondiente.

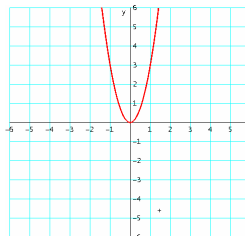
83. $y = 2x^2 - 4x - 2$; $y = -x^2 + 8x - 11$

84. $y = x^2 + 4x + 1$; $y = -x^2 - 1$

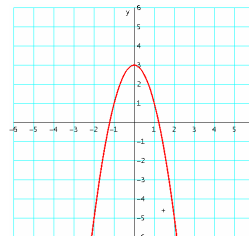
85. $y = x^2 + 2x - 2$; $y = -x^2 + 6x - 5$

Halla, mentalmente *ensayo-acierto*, las ecuaciones de las siguientes parábolas:

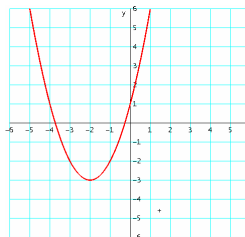
86



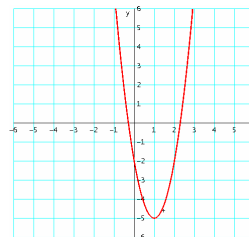
87



88



89



90. Un balón de voleibol sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula:



$$h(x) = 1 + 2x - \frac{1}{2}x^2$$


El tiempo está dado en segundos, y la altura en metros. Dibuja la gráfica. ¿Qué altura máxima alcanza?

Paso a paso


88. Dibuja un rectángulo cuyos lados midan 6 cm y 4 cm. Calcula el perímetro y el área.

**Dibujo de los segmentos**

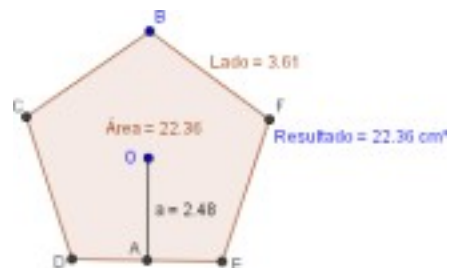
- Elige **Visualiza** y desactiva **Ejes**
- En el **Campo de Entrada**, escribe **b = 6** y pulsa [**Intro**]. Introduce también **a = 4**
- Elige  **Segmento dados su longitud y el punto de extremo inicial**. Haz *click* en el punto A. En la ventana que aparece escribe **b** y haz *click* en el botón **Aplicar**.
- Dibuja dos rectas perpendiculares al segmento AB por los puntos A y B
- Dibuja una circunferencia de centro B y de radio **a**
- Halla la intersección de la recta perpendicular que pasa por B y de la circunferencia. Si es necesario renombra este punto como C
- Dibuja una recta paralela al segmento AB por el punto C
- Halla la intersección de la recta perpendicular que pasa por A y de la paralela al segmento, renómbralo como D
- Oculto todos los elementos menos los cuatro vértices.
- Elige  **Polígono**, haz *click* en los vértices de forma que el último coincida con el primero.
- En el menú *Contextual* de la base elige **Propiedades/Expone rótulo**, elige **Nombre & valor**. Renómbralo como **Base =**
- Haz lo mismo con la altura y oculta los nombres de los otros dos lados.
- En el menú *Contextual* del rectángulo elige **Propiedades/Expone rótulo**, elige **Nombre & valor**. Escribe el área.
- Renombra el área como **Área =**
- En el **Campo de Entrada** escribe **P = 2(b + a)**


- p) Elige  **Inserta texto**. Haz *click* en la **Zona Gráfica**. En la ventana **Texto** escribe "**Perímetro = "+P+" cm"** y pulsa **Aceptar**.
- q) En el menú *Contextual* del perímetro elige **Propiedades**, ponle color azul y en el cuadro combinado **Origen** elige o escribe **C**

Geometría dinámica: interactividad

- r) En el **Campo de Entrada** escribe **b = 10** y pulsa [**Intro**]
- s) Elige  **Desplaza** y en la ventana **Álgebra** haz *click* sobre la medida **b = 10**. Pulsa reiteradamente del teclado numérico las teclas **[+]** y **[-]** y observa como el valor de **Base** va cambiando de **0,1** en **0,1**. Para cambiar de **1** en **1** pulsa [**Ctrl**] **[+]** o [**Ctrl**] **[-]**. Al final deja **b = 6**
- t) Haz lo mismo con la altura **a**

89. Dibuja un pentágono regular. Mide el lado, la apotema y el área. Comprueba el área utilizando la fórmula.



- a) Dibuja una circunferencia de centro **A** y en la parte superior un punto **B**
- b) El ángulo central de un pentágono regular mide $360^\circ : 5 = 72^\circ$. Introduce en el **Campo de Entradas** el ángulo $\alpha = 72^\circ$
- c) Elige  **Rotación de un objeto en torno a un punto según el ángulo indicado**, haz *click* en el punto **B**, luego en el punto **A** y cuando te pregunte el ángulo introduce α , obtienes el punto **C**
- d) Gira de igual forma el punto **C** y obtén el punto **D**. Obtén de igual forma el resto de vértices del pentágono regular.
- e) Dibuja el polígono.
- f) *Arrastrando* los puntos **A** o **B** puedes cambiar de tamaño el pentágono y girarlo.
- g) Renombra el centro como **O**

- h) Dibuja la apotema.
- i) Oculta todos los objetos que no necesites
- j) Mide el lado, la apotema y el área.
- k) Introduce en el campo de entrada la fórmula del área de un polígono regular.

Geometría dinámica: interactividad

Arrastra el centro o el vértice B y comprueba como se sigue verificando la igualdad.

Así funciona



Expone/Oculta objeto

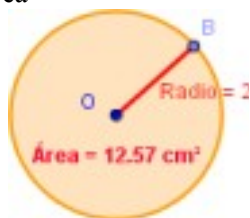
Los iconos anteriores son muy útiles cuando deseamos mostrar u ocultar varios objetos o rótulos. Por ejemplo en el desarrollo plano del cubo.



Expone/Oculta rótulo

Practica

90. Dibuja un círculo de radio 2 cm y calcula su área



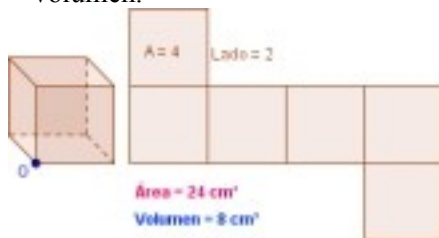
Solución:

- a) En el Campo de Entrada escribe $R = 2$ y pulsa [Intro]
- b) En el **Campo de Entrada** escribe $A = \pi * R^2$, el exponente ² lo tienes en el cuadro de lista **Símbolos**.
- c) Elige **Inserta texto**. Haz clic en la **Zona Gráfica**. en la ventana **Texto** escribe "Área = "+A+" cm²" y pulsa **Aceptar**.
- d) En el menú *Contextual* del texto obtenido elige **Propiedades**, ponle negrita, color rojo y en el cuadro combinado **Origen** elige o escribe **O**

Geometría dinámica: interactividad

- e) Introduce un nuevo radio y verás como cambia de tamaño y el área.
- f) En la ventana **Álgebra** haz clic en el radio y prueba las teclas [+] y [-]. Utiliza también [Ctrl] [+] y [Ctrl] [-]

91. Dibuja un cubo de 2 cm de lado y su desarrollo plano. Calcula el área y el volumen.



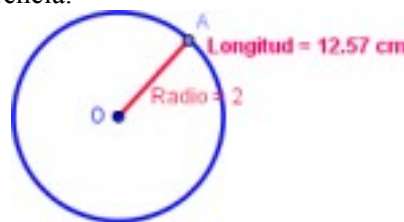
Solución

- a) Dibuja el cubo.
- b) Dibuja su desarrollo plano.
- c) Halla el área del primer cuadrado.
- d) Para hallar el área del cubo utiliza en el **Campo de entrada** la fórmula.
- e) De igual forma calcula el volumen.

Geometría dinámica: interactividad

- a) Introduce en el **Campo de entrada**, $l = 3$ y verás como cambia de tamaño, el área y el volumen.
- b) Selecciona en la ventana **Álgebra** la arista del cubo y usa las teclas [+] y [-]; [Ctrl][+] y [Ctrl][-] sube y baja automáticamente su valor.

92. Dibuja una circunferencia de radio 2 cm y calcula la longitud de la circunferencia.



Geometría dinámica: interactividad

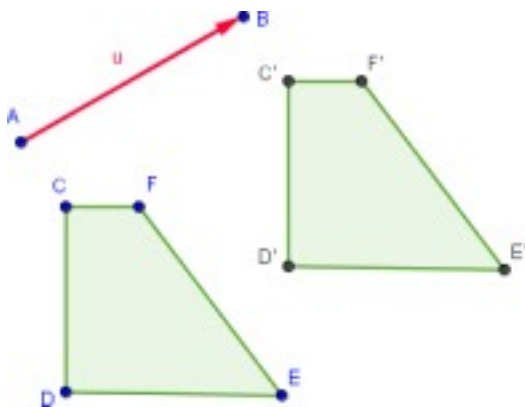
- a) Selecciona en la ventana **Álgebra** el radio y usa las teclas [+] y [-]; [Ctrl][+] y [Ctrl][-] sube y baja automáticamente su valor.

93. **Internet**. Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas**, curso y tema.

Paso a paso

Elige en la barra de menús **Visualiza** y desactiva la opción **Ejes**.

65. Dibuja un vector y un trapezio. Traslada el trapezio según dicho vector.

**Solución:**

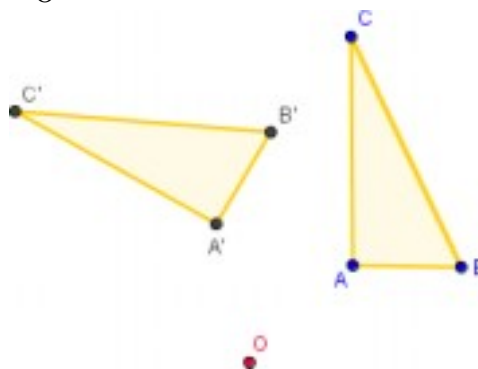
- Elige **Vector entre dos puntos**. Haz *click* en el origen del vector y en el extremo. Ponle color rojo y grosor 5
- Elige **Polígono**, haz *click* en los vértices de forma que el último coincida con el primero. Puedes modificar el trapezio *arrastrando* cada uno de los vértices con la opción **Desplaza**.
- En el menú *Contextual* de los lados desactiva **Expone rótulo**.
- Ponle los colores que más te gusten.
- Elige **Traslación de un objeto acorde a un vector** haz *click* dentro del trapezio y luego en el vector.

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra* el extremo del vector; verás como cambia el trapezio trasladado.
- Mueve el trapezio inicial *arrastrando* el centro verás como cambia el trapezio trasladado.
- Modifica el trapezio inicial *arrastrando* un vértice. Verás como cambia el homólogo.

66. Dibuja un centro de giro, O, escribe el ángulo $\alpha = 60^\circ$ y dibuja un triángulo.

Gira el triángulo 60° respecto del centro O

**Solución:**

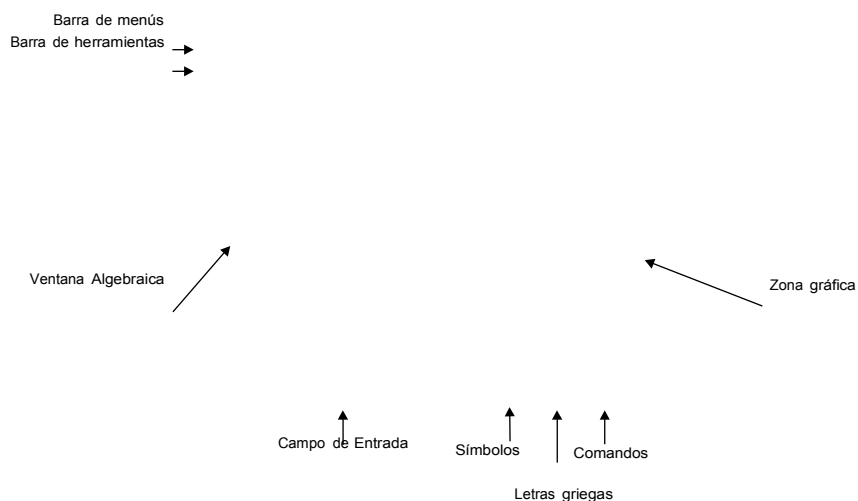
- Elige **Nuevo Punto** y haz *click* en un punto. En su menú *Contextual* elige **Renombrar** y sustituye la A por O
- En el **Campo de Entrada**, escribe $\alpha = 60^\circ$, α y $^\circ$ los puedes elegir en la parte derecha. Pulsa **[Intro]**
- Dibuja el triángulo de la parte derecha.
- Elige **Rotación de un objeto en torno a un punto según el ángulo indicado**. Haz *click* en el centro del triángulo y en el centro de giro O. En la ventana que aparece, introduce α y haz *click* en el botón **Aplicar**.

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra* el centro de giro O. Verás como cambia el triángulo girado.
- Haz *click* en el ángulo $\alpha = 60^\circ$ para editarlo y cambia su amplitud; verás como cambia el triángulo girado.
- Arrastra* el triángulo inicial. Verás como cambia el triángulo girado.
- Modifica el triángulo inicial *arrastrando* un vértice verás como cambia el triángulo girado.
- En la ventana **Álgebra** haz *click* en el ángulo de giro y prueba las teclas **[+]** y **[-]**. Utiliza también **[Ctrl]** **[+]** y **[Ctrl]** **[-]**

Así funciona

Partes de la ventana de GeoGebra

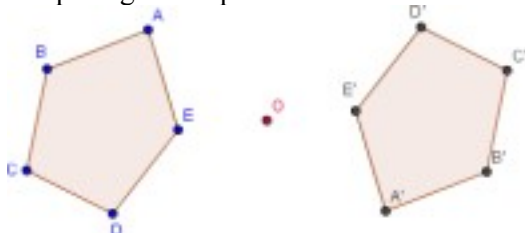


Barra de herramientas

Cada una de los iconos tiene varias opciones, los iconos de esta barra van cambiando según la última opción elegida.

Practica

67. Dibuja un centro de simetría central, O , y un pentágono. Haz el simétrico del pentágono respecto del centro O



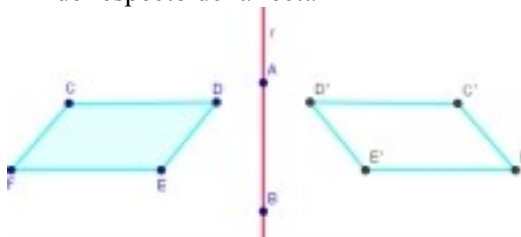
Solución:

- Dibuja el centro O
- Elige **Polígono**, haz *click* en los vértices de forma que el último coincida con el primero. Puedes modificar el pentágono *arrastrando* cada uno de los vértices con la opción **Desplaza**.
- Elige **Reflexión de un objeto dado el punto de simetría central**, haz *click* dentro del pentágono y en el centro O

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra* el centro de simetría O . Verás como cambia el pentágono homólogo.
- Arrastra* el pentágono inicial y verás como cambia el pentágono homólogo.
- Modifica el pentágono inicial *arrastrando* un vértice. Verás como cambia el pentágono homólogo.

68. Dibuja un eje de simetría axial, r , y un romboide. Haz el simétrico del romboide respecto de la recta r



Solución:

- Elige **Recta que pasa por dos puntos** y haz *click* en dos puntos A y B
- Dibuja el romboide del lado izquierdo de la recta.
- Elige **Reflexión de un objeto dada la recta de simetría axial**, haz *click* dentro del romboide y en la recta r

Geometría dinámica: interactividad

- Arrastra* la recta r moviendo el punto que define la recta y verás como cambia el romboide homólogo.
- Gira la recta r moviendo un punto que no sea el que define la recta y verás como cambia el romboide homólogo.
- Arrastra* el romboide inicial verás como cambia el romboide homólogo.
- Modifica el romboide inicial *arrastrando* un vértice. Verás como cambia el romboide homólogo.