TEMA 2: ÁLGEBRA DE MATRICES

Nombre……………………………………………………………………………………… Curso………

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA:	CONVOCATORIA:
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + ay + 3z = 2 \\ 2x + (2+a)y + 6z = 3 \end{cases}$$

a) Encuentra un valor de a para el cual el sistema sea incompatible. (4 puntos)
b) Discute si existe algún valor de a para el cual el sistema sea compatible determinado. (2 puntos)
c) Resuelve el sistema para a=0. (4 puntos)

Problema A.2. Dadas las matrices cuadradas $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **y** $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

a) Calcular las matrices $(A - I)^2$ y $A(A - 2I)$. *(5 puntos)*
b) Determinar el valor del parámetro real λ para el que se verifica que $A^{-1} = \lambda (A - 2I)$. *(5 puntos)*

Problema A.3 Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ **y el vector** $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$**, se pide obtener razonadamente**

a) El vector X tal que $AX = 0X$. (3 puntos).
b) Todos los vectores X tales que $AX = 3X$. (4 puntos).
c) Todos los vectores X tales que $AX = 2X$. (3 puntos).

Se dan las matrices $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **y M, donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$.** Comprobar razonadamente que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones: $P^2 = P$ y $MP = PM$. *(4 puntos, repartidos en 2 puntos por cada igualdad)*

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA:	CONVOCATORIA:
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN B

Problema B.1. Sea el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m+1 \\ x + 3y + (m.-2)z = m-1 \end{cases}$

donde m es un parámetro real. Obtener razonadamente:

a) Todas las soluciones del sistema S cuando $m = 2$. *(4 puntos)*
b) Todos los valores de m para los que el sistema S tiene una solución única. *(2 puntos)*
c) El valor de m para el que el sistema S admite la solución $(x,y,z) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)$ *(4 puntos)*

Problema B.2. Sean I y A las matrices cuadradas siguientes: $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 17 & 29 \\ -10 & -17 \end{pmatrix}$**.Se pide calcular, escribiendo explícitamente las operaciones necesarias:**

a) Las matrices A^2 y A^3. *(5 puntos).*

b) Los números α y β para los que se verifica $(I+A)^3 = \alpha I + \beta A$ *.(5 puntos).*

Problema B.3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$**, y** $x = \begin{pmatrix} y \\ y \end{pmatrix}$ **se pide:**

a) Los valore de α para los que $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ es la única solución de la ecuación matricial $AX = \alpha X$ *(5 puntos).*
b) Resolver la ecuación matricial $AX = 2X$. *(5 puntos).*

Se dan las matrices $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **y M, donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$.** Comprobar razonadamente que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones: $P^2 = P$ y $MP = PM$. *(4 puntos, repartidos en 2 puntos por cada igualdad)*