MATEMÁTICAS I BACHILLERATO Opción A

SOLUCIONES

Evaluación ____________ Fecha ____________

Ejercicio nº 1.-

a) Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

$$\boldsymbol{log_2 256 - log_3 \sqrt[3]{3} + log_2 \sqrt{2}}$$

b) Halla el valor de *x*, aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\boldsymbol{log x = 3 log 2 - 2 log 3}$$

Solución:

$$a)\ \ log_2 2^8 - log_3 3^{1/3} + log_2 2^{1/2} = 8 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{49}{6}$$

$$b)\ \ log x = log 2^3 - log 3^2 = log \frac{2^3}{3^2} = log \frac{8}{9} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8}{9}$$

Ejercicio nº 2.-

a) Averigua el término general de la sucesión:

3; 0,3; 0,03; 0,003; 0,0003; …

b) Encuentra el criterio de formación de la siguiente sucesión recurrente:

-2, 1, -2, -2, 4, -8, …

Solución:

a) Es una progresión geométrica con $a_1 = 3$ y $r = 0{,}1$. Por tanto:

$$a_n = 3 \cdot (0{,}1)^{n-1}$$

b) Cada término, a partir del tercero, se obtiene multiplicando los dos anteriores. Por tanto:

$$a_1 = -2, \; a_2 = 1, \; a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2} \quad \text{para} \;\; n > 2$$

Ejercicio nº 3.-

Resuelve:

a) $\left.\begin{array}{l} \boldsymbol{x^2 + y^2 = 13} \\ \boldsymbol{xy = 6} \end{array}\right\}$

b) $\boldsymbol{\dfrac{x-4}{2} - \dfrac{x+1}{3} \leq \dfrac{1}{6}}$

Solución:

a) $y = \dfrac{6}{x} \;\; \rightarrow \;\; x^2 + \dfrac{36}{x^2} = 13 \;\; \rightarrow \;\; x^4 + 36 = 13x^2 \;\; \rightarrow \;\; x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Cambio : $x^2 = z$. Así : $z^2 - 13z + 36 = 0$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} \begin{cases} z = 9 \;\; \rightarrow \;\; x = \pm 3 \\ z = 4 \;\; \rightarrow \;\; x = \pm 2 \end{cases}$$

Soluciones: $\begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = -2 \end{cases} \;\; \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases} \;\; \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = -3 \end{cases} \;\; \begin{cases} x_4 = 2 \\ y_4 = 3 \end{cases}$

b) $3(x - 4) - 2(x + 1) \leq 1$

$3x - 12 - 2x - 2 \leq 1$

$x \leq 15 \;\; \rightarrow \;\;$ Intervalo $\left(-\infty, 15\right]$.

Ejercicio nº 4.-

Halla los ángulos del triángulo cuyos lados miden $\boldsymbol{a = 20}$ m, $\boldsymbol{b = 37}$ m y $\boldsymbol{c = 30}$ m.

Solución:

• Apliquemos el teorema del coseno para hallar uno de los ángulos:

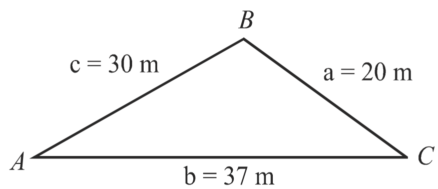
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$

$$400 = 1\,369 + 900 - 2 \cdot 37 \cdot 30\cos\hat{A}$$

$$400 = 2\,269 - 2\,220 cos\hat{A}$$

$$2\,220 cos\hat{A} = 1\,869$$

$$cos\hat{A} = \frac{1\,869}{2\,220} = 0,84 \rightarrow \hat{A} = 32^\circ\ 39'\ 34''$$



- Hallamos $\hat{B}$ aplicando de nuevo el teorema del coseno :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\hat{B}$$

$$1\,369 = 400 + 900 - 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot cos\hat{B}$$

$$cos\hat{B} = -0,0575$$

$$\hat{B} = 93^\circ\ 17'\ 47''$$

- El ángulo $\hat{C}$ lo obtenemos así :

$$\hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 54^\circ\ 2'39''$$

- Así:

$$\hat{A} = 32^\circ\ 39'34''$$

$$\hat{B} = 93^\circ\ 17'47''$$

$$\hat{C} = 54^\circ\ 2'39''$$

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

a) Demuestra que:

$$\boldsymbol{2tgx \cdot \left(\frac{1 + cosx}{2}\right) = senx + tgx}$$

b) Resuelve la ecuación:

$$\boldsymbol{\left(sen^2 x\right) - 1 = 2cos^2 x}$$

Solución:

$$a)\ 2tgx\left(\frac{1 + cosx}{2}\right) = \frac{2tgx\left(1 + cosx\right)}{2} = tgx\left(1 + cosx\right) = \frac{senx}{cosx}\left(1 + cosx\right) =$$

$$= \frac{senx}{cosx} + \frac{senx\cos x}{cosx} = tgx + senx = senx + tgx$$

$$b)\ \left(sen^2x\right) - 1 = 2cos^2x$$
$$\left(1 - cos^2x\right) - 1 = 2cos^2x$$
$$-cos^2x = 2cos^2x$$
$$3cos^2x = 0 \quad \to \quad cos^2x = 0$$

$$cosx = 0 \quad \to \quad \begin{cases} x_1 = 90^\circ + 360^\circ k & \to \quad x_1 = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x_2 = 270^\circ + 360^\circ k & \to \quad x_2 = \dfrac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \quad \text{con } k \in \mathbf{Z}$$

Ejercicio nº 6.-

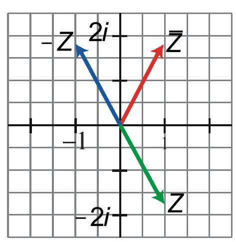
a) Dado el número complejo $z = 1 - \sqrt{3}i$, escribe su opuesto y su conjugado, y representa los tres números.

b) Escribe z, $-z$ y $\bar{z}$ en forma polar.

Solución:

a) Opuesto: $-z = -1 + \sqrt{3}i$; Conjugado: $1 + \sqrt{3}i$

Representación:



b) $z = 2_{300^\circ}$; $-z = 2_{120^\circ}$; $\bar{z} = 2_{60^\circ}$

Ejercicio nº 7.-

Calcula:

a) $\dfrac{(2 - 3i)\,i^{25}}{(-1 + 2i)}$

b) $\sqrt[4]{-81}$

Solución:

a) $\dfrac{(2-3i)i^{25}}{(-1+2i)}=\dfrac{(2-3i)i}{(-1+2i)}=\dfrac{2i-3i^2}{(-1+2i)}=\dfrac{2i+3}{(-1+2i)}=$

$$=\frac{(3+2i)(-1-2i)}{(-1+2i)(-1-2i)}=\frac{-3-6i-2i-4i^2}{(-1)^2-(2i)^2}=\frac{-3-8i+4}{1-4i^2}=$$

$$=\frac{1-8i}{1+4}=\frac{1-8i}{5}=\frac{1}{5}-\frac{8}{5}i$$

b) $\sqrt[4]{-81}=\sqrt[4]{81_{180^\circ}}=3_{\frac{180^\circ+360^\circ n}{4}}=3_{45^\circ+90^\circ n}$ para $n=0,1,2,3$

Las cuatro raíces son:

$$3_{45^\circ}=3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$$

$$3_{135^\circ}=3\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{-3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$$

$$3_{225^\circ}=3\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{-3\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}i$$

$$3_{315^\circ}=3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}i$$

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Halla las coordenadas del punto P que divide al segmento de extremos $A(2,-1)$ y $B(3,2)$ en dos partes, tales que $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{PA}$.

Solución:

Llamamos $P(x,y)$. Se tiene que cumplir que: $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{PA}$.

Como $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{BP}=(x-3,\ y-2)\\ \overrightarrow{PA}=(2-x,\ -1-y)\end{array}\right\}$, ha de ser:

$(x-3,\ y-2)=3(2-x,\ -1-y)$, es decir:

$$\left.\begin{array}{l}x-3=3(2-x)\\ y-2=3(-1-y)\end{array}\right\}\quad \left.\begin{array}{l}x-3=6-3x\\ y-2=-3-3y\end{array}\right\}\quad \left.\begin{array}{l}4x=9\\ 4y=-1\end{array}\right\}\quad x=\frac{9}{4},\ y=\frac{-1}{4}$$

Por tanto, $P\left(\frac{9}{4}, \frac{-1}{4}\right)$.

Ejercicio nº 9.-

Dadas las rectas:

$$r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \end{cases} \qquad r': \begin{cases} x = 3 + s \\ y = 2 - 2s \end{cases}$$

a) Halla el ángulo que forman r y r'.
b) Halla la distancia del punto $P(1, 1)$ a la recta r.

Solución:

a) El ángulo que forman r y r' es el ángulo que forman sus vectores directores:

$$\vec{v}_r(2, 1) \quad \text{y} \quad \vec{v}_{r'}, (1, -2)$$
$$\vec{v}_r \cdot \vec{v}_{r'} = (2, 1)\cdot(1, -2) = 2 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Son perpendiculares.}$$
Forman un ángulo de 90°.

b) • Hallamos la ecuación general o implícita de la recta r:

$$t = y + 1 \quad \rightarrow \quad x = 1 + 2(y + 1) \quad \rightarrow \quad x = 1 + 2y + 2 \quad \rightarrow \quad x - 2y - 3 = 0$$

• Calculamos la distancia:

$$dist(P, r) = \frac{|1 - 2\cdot 1 - 3|}{\sqrt{1 + (-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ u}$$

Ejercicio nº 10.-

Estudia la posición relativa de la recta $r: 2x - 3y + 5 = 0$ y la circunferencia: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$

Solución:

• Hallamos en centro y el radio de la circunferencia:

$$\text{Centro} = C = \left(\frac{6}{2}, \frac{2}{2}\right) = (3, 1)$$

Radio $= R = \sqrt{9+1-6} = \sqrt{4} = 2$

- Hallamos la distancia del centro a la recta dada:

$$dist(C, r) = \frac{|2\cdot 3 - 3\cdot 1 + 5|}{\sqrt{4+9}} = \frac{|6-3+5|}{\sqrt{13}} = \frac{8}{\sqrt{13}} \approx 2{,}22 > 2$$

Por tanto, la recta es exterior a la circunferencia.

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Resuelve los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:

a) $\displaystyle \lim_{x \to 1} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18}$

b) $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18}$

c) $\displaystyle \lim_{x \to -3} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18}$

Solución:

a) $\displaystyle \lim_{x \to 1} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

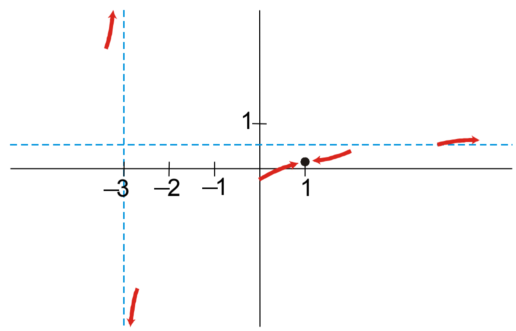
b) $\displaystyle \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18} = \frac{1}{2}$

c) $\displaystyle \lim_{x \to -3} \frac{x^2+3x}{2x^2+12x+18} = \lim_{x \to -3} \frac{x(x+3)}{2(x+3)^2} = \lim_{x \to -3} \frac{x}{2(x+3)}$

Hallamos los límites laterales:

$\displaystyle \lim_{x \to -3^-} \frac{x}{2(x+3)} = +\infty ; \quad \lim_{x \to -3^+} \frac{x}{2(x+3)} = -\infty$

- Representación:



Ejercicio nº 12.-

Calcula la función derivada de:

a) $f(x)=\dfrac{-2x^4+3x^2}{5}$

b) $f(x)=\dfrac{3x-4}{x^2+3x}$

c) $f(x)=\sqrt{2x^3-3}$

Solución:

a) $f'(x)=\dfrac{-8x^3+6x}{5}$

b) $f'(x)=\dfrac{3(x^2+3x)-(3x-4)(2x+3)}{(x^2+3x)^2}=\dfrac{3x^2+9x-6x^2-9x+8x+12}{(x^2+3x)^2}=$

$=\dfrac{-3x^2+8x+12}{(x^2+3x)^2}$

c) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2x^3-3}}\cdot 6x^2=\dfrac{6x^2}{2\sqrt{2x^3-3}}=\dfrac{3x^2}{\sqrt{2x^3-3}}$

Ejercicio nº 13.-

Consideremos la función:

$$f(x)=\frac{3}{2}x^2-2x+1$$

a) Obtén la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x=2$.

b) Halla los tramos en los que la función crece y en los que decrece.

Solución:

a) • $f'(x) = 3x - 2$

• La pendiente de la recta es $f'(2) = 4$.

• Cuando $x = 2$, $y = 3$.

• La recta será:

$$y = 3 + 4(x - 2) = 3 + 4x - 8 = 4x - 5$$

b) • Estudiamos el signo de la derivada:

$$3x - 2 > 0 \quad \Rightarrow \quad 3x > 2 \quad \Rightarrow \quad x > \frac{2}{3}$$

$$3x - 2 < 0 \quad \Rightarrow \quad 3x < 2 \quad \Rightarrow \quad x < \frac{2}{3}$$

• Es decreciente en $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ y creciente en $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$, y tiene un mínimo en $x = \frac{2}{3}$.

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & \text{si} \quad x \le 2 \\ 2x + 1 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

a) Estudia su continuidad.
b) Represéntala gráficamente.

Solución:

a) • Si $x \ne 2$, es una función continua.

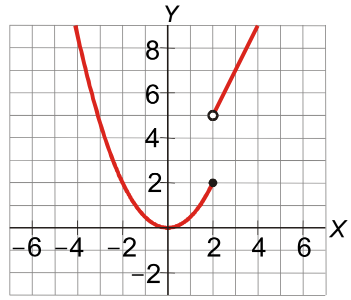
• Si $x = 2$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} \left(\dfrac{x^2}{2}\right) = 2 \\ \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} (2x + 1) = 5 \end{array}\right\} \text{ No existe } \lim\limits_{x \to 2} f(x); \text{ luego es discontinua en } x = 2.$$

b) • Si $x \le 2$, es un trozo de parábola.

• Si $x > 2$, es un trozo de recta.

• La gráfica es:



Ejercicio nº 15.-

a) Representa gráficamente la función:

$$\boldsymbol{f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x}$$

b) A partir de la gráfica, averigua el dominio de $f(x)$, estudia su continuidad y di cuáles son los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función.

Solución:

a) • $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^3 + 3x^2 + 3x\right) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(x^3 + 3x^2 + 3x\right) = +\infty$

• Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \to x^3 + 3x^2 + 3x = x\left(x^2 + 3x + 3\right) = 0$

$$\begin{cases} x = 0 & \to \text{ Punto } (0,0) \\ x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2} & \to \text{ No tiene solución} \end{cases}$$

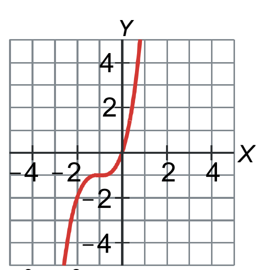
Con el eje $Y \to x = 0 \to y = 0 \to$ Punto $(0,0)$

• Puntos singulares:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3 = 3\left(x^2 + 2x + 1\right) = 3(x+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = -1 \quad \to \quad \text{Punto } (-1, -1)$$

• Gráfica:



$y = -x^3 + 3x^2 + 3x$

b) • Dominio = **R**
- Es una función continua.
- Es una función creciente.

<u>Ejercicio nº 16.-</u>

a) Representa gráficamente la función:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x^2}{x+2}}$$

b) A partir de la gráfica, estudia la continuidad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $\boldsymbol{f(x)}$.

Solución:

a)

- Dominio $= \mathbf{R} - \{-2\}$
- Puntos de corte con los ejes:

Con el eje $X \to \quad x^2 = 0 \quad \to \quad x = 0 \quad \to \quad$ Punto $(0, 0)$

Con el eje $Y \to \quad x = 0 \quad \to \quad y = 0 \quad \to \quad$ Punto $(0, 0)$

- Asíntota vertical : $x = -2$

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$$

- Asíntota oblicua:

es asíntota oblicua.

Si $x \to +\infty$, $\dfrac{4}{x+2} > 0 \quad \Rightarrow \quad$ La curva está por encima de la asíntota.

Si $x \to -\infty$, $\dfrac{4}{x+2} < 0 \quad \Rightarrow \quad$ La curva está por debajo de la asíntota.

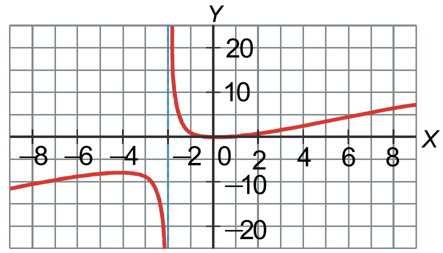
- Puntos singulares:

$$f'(x) = \frac{2x(x+2) - x^2}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 4x - x^2}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{x^2 + 4x}{(x+2)^2} = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \quad \to \quad \text{Punto } (0,0) \\ x = -4 \quad \to \quad \text{Punto } (-4,-8) \end{cases}$$

- Gráfica:



b)

- Continuidad:

Si $x \neq -2$, es continua.

Si $x = 2$, es discontinua, pues tiene una rama infinita (asíntota vertical).

- Es creciente en $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$ y decreciente en $(-4, -2) \cup (-2, 0)$.

Ejercicio nº 17.-

En una empresa se ha hecho un estudio para ver la relación entre el dinero gastado en publicidad (en decenas de miles de euros) y las ventas mensuales (también en decenas de miles de euros) durante los cinco últimos meses.

Gastos publicidad	**0,5**	**0,8**	**0,4**	**0,6**	**1,2**
Ventas	**50**	**90**	**30**	**70**	**92**

Halla el coeficiente de correlación y la recta de regresión de esta distribución. ¿Piensas que ha sido buena la campaña de publicidad realizada? ¿Por qué?

Solución:

- Llamamos x a los gastos en publicidad e y a las ventas.

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
0,5	50	0,25	2500	25
0,8	90	0,64	8100	72
0,4	30	0,16	900	12
0,6	70	0,36	4900	42
1,2	92	1,44	8464	110,4
3,5	332	2,85	24864	261,4

Medias:

$$\overline{x} = \frac{3{,}5}{5} = 0{,}7; \quad \overline{y} = \frac{332}{5} = 66{,}4$$

Desviaciones típicas:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{2{,}85}{5} - 0{,}7^2} = \sqrt{0{,}08} = 0{,}28$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{24.864}{5} - 66{,}4^2} = \sqrt{563{,}84} = 23{,}75$$

Covarianza: $\sigma_{xy} = \dfrac{261{,}4}{5} - 0{,}7 \cdot 66{,}4 = 5{,}8$

- Coeficiente de correlación : $r = \dfrac{5{,}8}{0{,}28 \cdot 23{,}75} = 0{,}87$
- Recta de regresión:

$$m_{yx} = \frac{5{,}8}{0{,}08} = 72{,}5 \quad \rightarrow \quad y = 66{,}4 + 72{,}5\left(x - 0{,}7\right) = 72{,}5x + 15{,}65$$

- La campaña ha sido buena, pero se podría mejorar $(r = 0{,}87)$.

Ejercicio nº 18.-

Sean A y B dos sucesos tales que:

$$\boldsymbol{P[A'] = 0{,}6; \quad P[B] = 0{,}3; \quad P[A \cap B] = 0{,}1}$$

Calcula $P[A \cup B]$, $P[A' \cup B']$ y $P[B/A]$.

Solución:

- $P[A'] = 0{,}6 \quad \Rightarrow \quad P[A] = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$
  $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}6$
- $P[A' \cup B'] = P[(A \cap B)'] = 1 - P[A \cap B] = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$
- $P[B/A] = \dfrac{P[B \cap A]}{P[A]} = \dfrac{0{,}1}{0{,}4} = 0{,}25$

Ejercicio nº 19.-

Una urna, I, contiene 3 bolas blancas, 2 rojas y una negra. Otra urna, II, contiene 2 bolas blancas, 3 rojas y 3 negras. Lanzamos una moneda al aire; si sale cara, extraemos una bola de la urna I, y si sale cruz, sacamos una bola de la urna II.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea roja?

b) Si sabemos que la bola extraída ha sido roja, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la urna I?

Solución:

- Hacemos un diagrama en árbol:

$$\begin{array}{llll} & & \xrightarrow{2/6} & R \to P[\text{I y } R] = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6} = \frac{1}{6} \\ \xrightarrow{1/2} & \text{I} & & \\ & & \xrightarrow{4/6} & \text{no } R \\ & & \xrightarrow{3/8} & R \to P[\text{II y } R] = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8} = \frac{3}{16} \\ \xrightarrow{1/2} & \text{II} & & \\ & & \xrightarrow{5/8} & \text{no } R \end{array}$$

a) $P[R] = \frac{1}{6} + \frac{3}{16} = \frac{17}{48}$

b) $P[\text{I}/R] = \frac{p[\text{I y } R]}{p[R]} = \frac{1/6}{17/48} = \frac{8}{17}$

<u>Ejercicio nº 20.-</u>

La probabilidad de que un cierto producto se rompa cuando es transportado es del 2%. Si se transportan 20 de estos productos, calcula la probabilidad de que:

a) Se rompan más de dos.
b) No se rompa ninguno.

Solución:

Se trata de una binomial $B(20;\ 0{,}02)$.

a) $P[x > 2] = 1 - P[x \le 2] = 1 - (P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2])$

$P[x = 0] = 0{,}98^{20} = 0{,}668$

$P[x = 1] = 20 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98^{19} = 0{,}272$

$P[x = 2] = \binom{20}{2} \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}98^{18} = 0{,}0528$

Luego:

$P[x > 2] = 1 - (0{,}668 + 0{,}272 + 0{,}0528) = 0{,}0072$

b) $P[x = 0] = 0{,}98^{20} = 0{,}668$

Ejercicio nº 21.-

La duración media de un determinado aparato eléctrico es de 10 años, con una desviación típica de 1 año. Si suponemos que la duración de este aparato sigue una distribución normal, calcula la probabilidad de que:

a) Dure más de 15 años.
b) Dure entre 8 y 12 años.

Solución:

x es $N(10, 1)$ $\rightarrow$ z es $N(0, 1)$

a) $P[x > 15] = P\left[z > \dfrac{15 - 10}{1}\right] = P[Z > 5] = 1 - P[z \leq 5] = 0$

b) $P[8 < x < 12] = P\left[\dfrac{8 - 10}{1} < z < \dfrac{12 - 10}{1}\right] = P[-2 < z < 2] =$

$= 2P[z < 2] - 1 = 2 \cdot 0{,}9772 - 1 = 0{,}9544$

Ejercicio nº 22.-

La probabilidad de ganar en un sorteo diario es del 2%. Si jugamos durante 60 días, ¿cuál es la probabilidad de que ganemos más de 20 veces?

Solución:

- Si llamamos $x =$ "nº de días que ganamos", tenemos que x es $B(60; 0{,}02)$.

- Tenemos que calcular $P[x > 20]$.
  Lo hacemos aproximando con una normal:

$$\mu = n \cdot P = 60 \cdot 0{,}02 = 1{,}2 \ ; \quad \sigma = \sqrt{nPq} = 1{,}08$$

- Entonces:

$$x \text{ es } B(60; 0{,}02) \rightarrow x' \text{ es } N(1{,}2; 1{,}08) \rightarrow z \text{ es } N(0, 1)$$

- Así:

$$P[x > 20] = P[x' \geq 20{,}5] = P\left[z \geq \dfrac{20{,}5 - 1{,}2}{1{,}08}\right] = P[z \geq 17{,}9] = 1 - P[z \leq 17{,}9] = 0$$