EXAMEN DE SELECTIVIDAD JUNIO 2012.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

Problema 1. Resuelve las siguientes cuestiones:

a) **Calcula las matrices X e Y sabiendo que** $X + Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $2X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{l} X + Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \\ 2X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -7 & -3 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

$$------------------$$

$$3X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$3X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$--------------------$$

$$X + Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} - X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Solución

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Con WIRIS

$A=\begin{pmatrix}3&1\\4&3\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}3&1\\4&3\end{pmatrix}$

$B=\begin{pmatrix}0&5\\-7&-3\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}0&5\\-7&-3\end{pmatrix}$

$X=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

$Y=\begin{pmatrix}e&f\\g&h\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}e&f\\g&h\end{pmatrix}$

$Z=X+Y \rightarrow \begin{pmatrix}a+e&b+f\\c+g&d+h\end{pmatrix}$

$T=2\cdot X-Y \rightarrow \begin{pmatrix}2\cdot a-e&2\cdot b-f\\2\cdot c-g&2\cdot d-h\end{pmatrix}$

$$\text{resolver}\left\{\begin{bmatrix}Z_{1,1}=A_{1,1}\\Z_{1,2}=A_{1,2}\\Z_{1,2}=A_{1,2}\\Z_{1,2}=A_{1,2}\\T_{1,1}=B_{1,1}\\T_{1,2}=B_{1,2}\\T_{2,1}=B_{2,1}\\T_{2,2}=B_{2,2}\end{bmatrix}\right\} \rightarrow \left\{\left[\left\{a=1,b=2,c=\frac{1}{2}\cdot g-\frac{7}{2},d=\frac{1}{2}\cdot h-\frac{3}{2},e=2,f=-1,g=g,h=h\right\}\right]\right\}$$

b) Obtén la inversa de la matriz $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

1) $|\mathrm{A}| \neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$

$$\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{vmatrix}=6-4=2 \rightarrow \exists A^{-1}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|\mathrm{A}|}Adj^{t}=\frac{1}{|\mathrm{A}|}\begin{pmatrix}Adj_{11} & Adj_{12}\\ Adj_{21} & Adj_{22}\end{pmatrix}^{t}=\frac{1}{|\mathrm{A}|}\begin{pmatrix}Adj_{11} & Adj_{21}\\ Adj_{12} & Adj_{22}\end{pmatrix}$$

$$Adj_{11}=(-1)^{1+1}\cdot 2=2$$

$$Adj_{12}=(-1)^{1+2}\cdot 2=-2$$

$$Adj_{21}=(-1)^{2+1}\cdot 2=-2$$

$$Adj_{22}=(-1)^{2+2}\cdot 3=3$$

Solución

$$A^{-1}=\frac{1}{|\mathrm{A}|}\begin{pmatrix}Adj_{11} & Adj_{21}\\ Adj_{12} & Adj_{22}\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3/2\end{pmatrix}$$

Prueba

$$A^{-1}\cdot A=I$$

$$\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3/2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-2 & 2-2\\ -3+3 & -2+3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\text{c.q.d.}$$

Con WIRIS

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

$$A^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & \frac{3}{2}\end{pmatrix}$$

$$A\cdot A^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

c) Obtén la matriz X tal que $XA=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}$

$$XA=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}$$

1) Multiplicamos por la inversa de la matriz A en los dos miembros

$$X\cdot A\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}\cdot A^{-1}$$

2) Puesto que $A\cdot A^{-1}=I_{2x2}$

$$X\cdot I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}\cdot A^{-1}$$

$$X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-0 & -1+0\\ 8-6 & -8+9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$$

3) Prueba

$$\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-2 & 2-2\\ 6+2 & 4+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}$$

Solución

$$X=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$$

Con WIRIS

$$A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$$

$$C=X\cdot A\rightarrow\begin{pmatrix}3\cdot a+2\cdot b & 2\cdot a+2\cdot b\\ 3\cdot c+2\cdot d & 2\cdot c+2\cdot d\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1 & 0\\ 8 & 6\end{pmatrix}$$

$$\text{resolver}\left\{\begin{matrix}C_{1,1}=1\\ C_{1,2}=0\\ C_{2,1}=8\\ C_{2,2}=6\end{matrix}\right\}\rightarrow\{\{a=1,b=-1,c=2,d=1\}\}$$

Problema 2. Dada la función $f(x)=\dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}$ **, se pide:**

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes de coordenadas.

Dominio

$$f(x)=\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}$$
$$domf(x)=\{x\in\Re/\exists f(x)\}=\{x\in\Re/x^2-4x+3\neq 0\}$$

$$x^2-4x+3=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 3}}{2\cdot 1}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}=\begin{cases}\dfrac{4+2}{2}=\dfrac{6}{2}=3\\ \dfrac{4-2}{2}=\dfrac{2}{2}=1\end{cases}$$

Solución

$$domf(x)=\Re-\{1,3\}$$

Puntos de cortes con los ejes coordenadas

$$f(x)=\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}$$
$$\text{Eje X }(\mathrm{f}(\mathrm{x})=0)$$

$$\frac{-x^2+4x-4}{-x^2+4x-4}=0\rightarrow -x^2+4x-4=0\cdot(-x^2+4x-4)\rightarrow -x^2+4x-4=0$$

$$-x^2+4x-4=0\rightarrow x^2-4x+4=0\begin{cases}a=1\\ b=-4\\ c=4\end{cases}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}=\frac{4\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{4\pm 0}{2}=\begin{cases}\dfrac{4+0}{2}=\dfrac{4}{2}=2\\ \dfrac{4-0}{2}=\dfrac{4}{2}=2\end{cases}$$

Punto de corte con en el eje X $(2,0)$

Eje Y $(x=0)$

$$f(0)=\frac{-0^2+4\cdot 0-4}{0^2-4\cdot 0+3}=\frac{-4}{3}$$

Punto de corte con en el eje Y $\left(0,\dfrac{-4}{3}\right)$

Con WIRIS

Dada la función $f(x)=\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}$

$f(x)=\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \rightarrow x \mapsto \frac{x^2-4\cdot x+4}{-x^2+4\cdot x-3}$

obtener_dominio(f(x)) $\rightarrow \mathbb{Q}(x)$

dominio(f(x)) $\rightarrow x \neq 1 \,\&\, x \neq 3$

Eje X (f(x) =0)

resolver$\left(\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}=0\right) \rightarrow \{\{x=2\}\}$

Eje Y (x=0)

$f(0) \rightarrow -\frac{4}{3}$

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

Según el estudio del dominio de f(x), las posibles asintotas verticales son $x = 3$ y $x = 1$

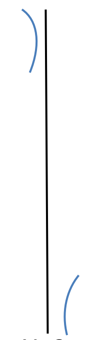
Veamos si $x = 3$ es una asintota vertical

$$\lim_{x\to 3}\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}=\frac{-3^2+4\cdot 3-4}{3^2-4\cdot 3+3}=\frac{-9+12-4}{9-12+3}=\frac{-1}{0}=-\infty \rightarrow x=3 \text{ hay un a.v.}$$

Posición de la curva respecto la asintota

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}\overset{x=2,9}{=}\frac{-2{,}9^2+4\cdot 2{,}9-4}{2{,}9^2-4\cdot 2{,}9+3}=\frac{-}{-}\infty=+\infty$$

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}=\frac{-3{,}1^2+4\cdot 3{,}1-4}{3{,}1^2-4\cdot 3{,}1+3}=\frac{-}{+}\infty=-\infty$$



X=3

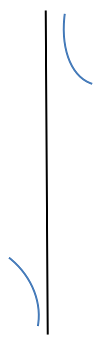
Veamos si $x = 1$ es una asintota vertical

$$\lim_{x\to 1}\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}=\frac{-1^2+4\cdot 1-4}{1^2-4\cdot 1+3}=\frac{-1+4-4}{1-4+3}=\frac{-1}{0}=-\infty \rightarrow x=1 \text{ hay un a.v.}$$

Posición de la curva respecto la asintota

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}\overset{x=0,9}{=}\frac{-0{,}9^2+4\cdot 0{,}9-4}{{}^2-4\cdot 1+3}=\frac{-}{+}\infty=-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3}\overset{x=1,1}{=}\frac{-1{,}1^2+4\cdot 1{,}1-4}{1{,}1^2-4\cdot 1{,}1+3}=\frac{-}{-}\infty=+\infty$$



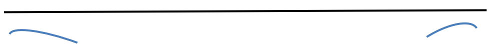
X= 1

Asintotas horizontales

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x^2}{x^2} = -1 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x^2}{x^2} = -1 \end{cases} \to \text{En y} = 1 \text{ hay una asintota horizontal}$$

Posición de la curva respecto a la asintota

$f(1000) = -1{,}000\ldots$
$f(-1000) = -1{,}000\ldots$



y=1

Con WIRIS

Asintotas verticales. Posibles asintotas x=3 y x=1

$$\lim_{x\to1} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \to \pm\infty$$

$$\lim_{x\to3} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \to \pm\infty$$

Hay un asintora vertical en x=1 y en x= 3

Posición de la curva respecto la asintota en x= 1

$$\lim_{x\to1^-} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \to -\infty$$

$$\lim_{x\to1^+} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \to +\infty$$

Posición de la curva respecto la asintota en x= 3

$$\lim_{x\to3^-} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \to +\infty$$

$$\lim_{x\to3^+} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \to -\infty$$

Asintotas horizontales

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \rightarrow -1$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \rightarrow -1$$

Posición de la curva respecto la asintota horizontal

x= 1000

$$f(x)=\frac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \rightarrow x\mapsto \frac{x^2-4\cdot x+4}{-x^2+4\cdot x-3}$$

$$f(1000) \rightarrow -\frac{996004}{996003}$$

$$-996004 \;\big|\; 996003 \rightarrow -996004 \;\big|\; 996003 \quad -1 \quad -1$$

x= −1000

$$f(-1000) \rightarrow -\frac{1004004}{1004003}$$

$$-1004004 \;\big|\; 1004003 \rightarrow -1004004 \;\big|\; 1004003 \quad -1 \quad -1$$

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Intervalos de crecimiento y decrecimiento

$$f'(x)=\frac{(-2x+4)\cdot(x^2-4x+3)-(-x^2+4x-4)\cdot(2x-4)}{(x^2-4x+3)^2}=$$

$$=\frac{-2x^3+8x^2-6x+4x^2-8x+12-(-2x^3+4x^2+8x^2-16x-8x+16)}{(x^2-4x+3)^2}=\frac{2x-4}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$f'(x)=0\rightarrow\frac{2x-4}{(x^2-4x+3)^2}=0\rightarrow 2x-4=0\rightarrow x=\frac{4}{2}=2$$

Pero debemos de tener el cuenta los valores que anulan el denominador de $f(x)$

$$x^2-4x+3=0\begin{cases}x=1\\x=3\end{cases}$$

x=1 x=2 x=3

f(x)	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$
f'(x)	-	-	+	+

$$(-\infty,1)0;\frac{2\cdot0-4}{(0^2-4\cdot0+3)^2}=\frac{-4}{9}<0$$

$$(1,2)1{,}5;\frac{2\cdot1{,}5-4}{(1{,}5^2-4\cdot1{,}5+3)^2}=\frac{-1}{+}<0$$

$$(2,3)2{,}5;\frac{2\cdot2{,}5-4}{(2{,}5^2-4\cdot2{,}5+3)^2}=\frac{1}{+}>0$$

$$(3,+\infty)4;\frac{2\cdot4-4}{(4^2-4\cdot4+3)^2}=\frac{4}{+}>0$$

I. Decrecimiento $(-\infty,1)\cup(1,2)$

I. Crecimiento $(2,3)\cup(3,+\infty)$

Con WIRIS

Aparado c)

$f(x) = \dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \rightarrow x \mapsto \dfrac{x^2-4\cdot x+4}{-x^2+4\cdot x-3}$

$f'(x) \rightarrow \dfrac{2\cdot x-4}{x^4-8\cdot x^3+22\cdot x^2-24\cdot x+9}$

resolver$(f'(x)=0) \rightarrow \{\{x=2\}\}$

$f(2) \rightarrow 0$

$A(2,0) \rightarrow A(2,0)$

resolver$(x^2-4x+3=0) \rightarrow \{\{x=1\},\{x=3\}\}$

dibujar(f(x),{color=rojo,anchura_linea=2})

Mínimo relativo : A(2,0)

Decreciente : $(-\infty,1)\cup(1,2)$

Creciente : $(2,3)\cup(3,+\infty)$

d) Máximos y mínimos locales.

El mínimo local se encuentra en x=2, puesto que la función es decreciente por la izquierda y creciente por la derecha.

El mínimo relativo es el punto (2,0)

Con WIRIS

Apartado d)

$f(x) = \dfrac{-x^2+4x-4}{x^2-4x+3} \rightarrow x \mapsto \dfrac{x^2-4\cdot x+4}{-x^2+4\cdot x-3}$

$f''(x) \rightarrow \dfrac{-6\cdot x^2+24\cdot x-26}{x^6-12\cdot x^5+57\cdot x^4-136\cdot x^3+171\cdot x^2-108\cdot x+27}$

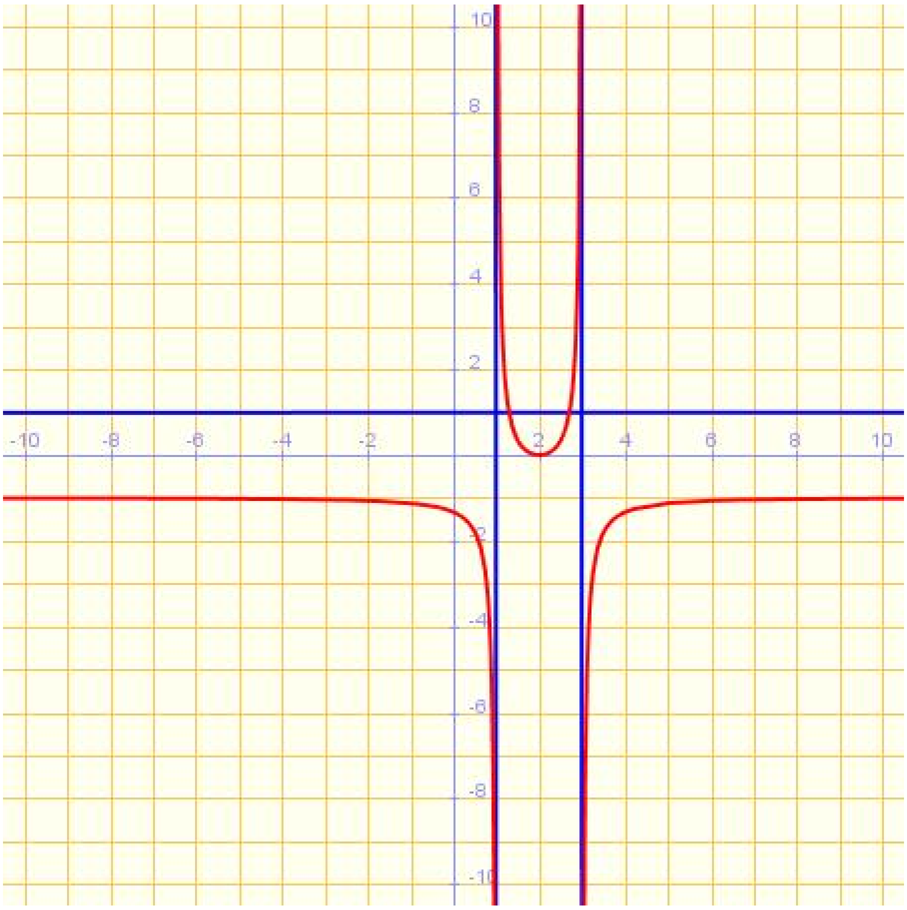
$f''(2) \rightarrow 2$

Por tanto hay un mínimo en x=2

$f(2) \rightarrow 0$

mínimo relativo : (2,0)

e) Representación gráficas a partir de la información de los apartados anteriores



Problema 3. Un tarro contiene 25 caramelos de naranja, 12 de limón y 8 de café. Se extraen dos caramelos al alzar. Calcula:

a) La probabilidad de que ambos sean de naranja.

$$P(\text{ambos de naranja}) = P(1^{\text{o}}\ \text{N y } 2^{\text{o}}\ \text{N}) = P(1^{\text{o}}\ \text{N}) \cdot P(\ 2^{\text{o}}\ \text{N}) = \frac{25}{45} \cdot \frac{24}{44} = \frac{10}{33} = 0{,}3030....$$

b) La probabilidad de que ambos sean del mismo sabor.

$$P(\text{ambos sean del mismo color}) =$$
$$= P(1^{\text{o}}\ \text{N y } 2^{\text{o}}\ \text{N}) + P(1^{\text{o}}\ \text{L y } 2^{\text{o}}\ \text{L}) + P(1^{\text{o}}\ \text{C y } 2^{\text{o}}\ \text{C}) =$$
$$= \frac{25}{45} \cdot \frac{24}{44} + \frac{12}{45} \cdot \frac{11}{44} + \frac{8}{45} \cdot \frac{7}{44} = \frac{10}{33} + \frac{1}{15} + \frac{14}{495} = \frac{150 + 33 + 14}{495} = \frac{197}{495} = 0{,}3979797....$$

c) La probabilidad de que ninguno sea de café.

$$P(\text{Ningun de cafe}) = P(1^{\text{o}}\ \text{NC y } 2^{\text{o}}\ \text{NC}) = P(1^{\text{o}}\ \text{NC}) \cdot P(\ 2^{\text{o}}\ \text{NC}) = \frac{37}{45} \cdot \frac{36}{44} = \frac{37}{55} = 0{,}672727...$$

Con WIRIS

Problema 3.
Apartado a) P(ambos de naranja)
Se sabe que hay 25 N, 12 L, 8 C --> Total 45 caramelc

$$\frac{25}{45} \cdot \frac{24}{44} \rightarrow \frac{10}{33}$$

$$\frac{25}{45} \cdot \frac{24.}{44} \rightarrow 0.30303$$

Apartado b) P(ambos del mismo color)

$$\frac{25}{45} \cdot \frac{24}{44} + \frac{12}{45} \cdot \frac{11}{44} + \frac{8}{45} \cdot \frac{7}{44} \rightarrow \frac{197}{495}$$

$$\frac{25}{45} \cdot \frac{24}{44} + \frac{12}{45} \cdot \frac{11}{44} + \frac{8}{45} \cdot \frac{7.}{44} \rightarrow 0.39798$$

Apartado b) P(ninguno de cafe)

$$\frac{37}{45} \cdot \frac{36}{44} \rightarrow \frac{37}{55}$$

$$\frac{37}{45} \cdot \frac{36.}{44} \rightarrow 0.67273$$

OPCIÓN B

Problema 1. Una persona adquirió en el mercado cierta cantidad de unidades de memoria externa, de lectores de libros electrónicos y de tabletas gráficas a un precio de 100, 120 y 150 euros la unidad, respectivamente. El importe total de la compra fue de 1160€ y el número total de unidades adquiridas 9. Además, compró una unidad más de tabletas gráficas que de lectores de libros electrónicos. ¿Cuántas unidades adquirió de cada producto?

Planteamiento

x = número de unidades de memoria externa

y = número de libros electrónicos

z = número de tabletas gráficas

De los datos del problema obtenemos:

El importe de la compra fue de 1160 € → **100 x + 120 y + 150 z = 1160**

El número total de unidades adquiridas 9 → **x + y + z = 9**

Compró una unidad más de tabletas gráficas que de lectores de libros electrónicos → **z = y + 1**

$$\begin{cases} 100x+120y+150z=1160 \\ x+y+z=9 \\ y-z=-1 \end{cases} \to \frac{F1}{10} \begin{cases} 10x+12y+15z=116 \\ x+y+z=9 \\ y-z=-1 \end{cases}$$

Resolviendo por el método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 12 & 15 & 116 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \to 10\cdot F1-F2 \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 12 & 15 & 116 \\ 0 & -2 & -5 & -26 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \to 2\cdot F3+F2 \left(\begin{array}{ccc|c} 10 & 12 & 15 & 116 \\ 0 & -2 & -5 & -26 \\ 0 & 0 & -7 & -28 \end{array}\right)$$

Nos queda de la Fila 3

$-7z = -28 \to z = 4$

Sustituyendo en la Fila 2

$-2y - 5z = -26 \to -2y - 5\cdot 4 = -26 \to -2y = -26 + 20 \to -2y = -6 \to y = 3$

Sustituyendo en la Fila 1

$10x + 12y + 15z = 116 \to 10x + 12\cdot 3 + 15\cdot 4 = 116 \to 10x + 36 + 60 = 116 \to 10x + 96 = 116$

$10x = 116 - 96$

$10x = 20 \to x = 2$

Solución

Adquirió 2 unidades de memoria externa, 3 libros electrónicos y 4 tabletas gráficas.

Con WIRIS

OPCION B

Problema 1.

$$\text{resolver}\left\{\begin{array}{l}100x+120y+150z=1160\\ x+y+z=9\\ y-z=-1\end{array}\right\} \rightarrow \{\{x=2,y=3,z=4\}\}$$

Problema 2. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{si -2} \le \text{x} < 0 \\ x^2-2x+2 & \text{si } 0 \le \text{x} < 3 \\ 3x-1 & \text{si } 3 \le \text{x} < 5 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función en todos los puntos del intervalo [-2,5].

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{si -2} \le \text{x} < 0 \to \text{Continua en } \Re \\ x^2-2x+2 & \text{si } 0 \le \text{x} < 3 \to \text{Continua en } \Re \\ 3x-1 & \text{si } 3 \le \text{x} < 5 \to \text{Continua en } \Re \end{cases}$$

Puesto que la función está definida en el intervalo [-2,5] y en cada uno de los trozos la función en continua en todos los relaes puesto que son funciones polinómicas.

Por lo que debemos de estudiar la continuidad en los cambios de forma, es decir en x=0 y x = 3

En x=0

En x =0

1) $f(0)=0^2-2\cdot 0+2=2$

2) $\exists \lim\limits_{x\to 0} f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} x^2-2x+2=0^2-2\cdot 0+2=2 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x+2=0+2=2 \end{cases} \to \lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$

3) $f(0)=\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2 \to$ En x = 0 la función es contínua.

En x =3

1) $f(3)=3\cdot 3-1=8$

2) $\exists \lim\limits_{x\to 3} f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+} 3x-1=3\cdot 3-1=8 \\ \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-} x^2-2x+2=3^2-2\cdot 3+2=5 \end{cases} \to$ No existe $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

3) En x = 3 la función es contínua, presenta una discontinuidad de salto finito.

Por tanto $f(x)$ es contínua en $[-2,5]-\{3\}$

Con WIRIS

En x=0

$f(x)=x^2-2x+2 \rightarrow x \mapsto x^2-2\cdot x+2$

$g(x)=3x-1 \rightarrow x \mapsto 3\cdot x-1$

$h(x)=x+2 \rightarrow x \mapsto x+2$

1) f(0)

$f(0) \rightarrow 2$

2) Existe $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$???

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) \rightarrow 2$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) \rightarrow 2$

Como $f(x)=\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$ --> Entonces f(x) es contínua en x=0

En x=3

1) g(3)

$g(3) \rightarrow 8$

2) Existe $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$????

$\lim\limits_{x\to 3^+} g(x) \rightarrow 8$

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) \rightarrow 5$

No esxite $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ --> Entonces f(x) no es contínua en x=3, presenta una discontinuidad de salto finito.

b) Calcula los máximos y los mínimos de f(x) en el intervalo [-2,5/2].

Para obtener los máximos y mínimos absolutos de f(x) en el intervalo **[-2,5/2]** vamos a representarla.

En [-2,0) tenemos f(x) = x+2, la representamos utilizando una tabla de valores

x	**f(x)**
-1	-1+2=1
0	0+2=2
1	1+2=3

En [0,5/2], tenemos $f(x) = x^2-2x+2$, es una parábola que representamos,

1) Vértice = (V_x, V_y) = **(**-b/2a, f(-b/2a) **)**

V_x = -b/2a = **2/2 = 1**

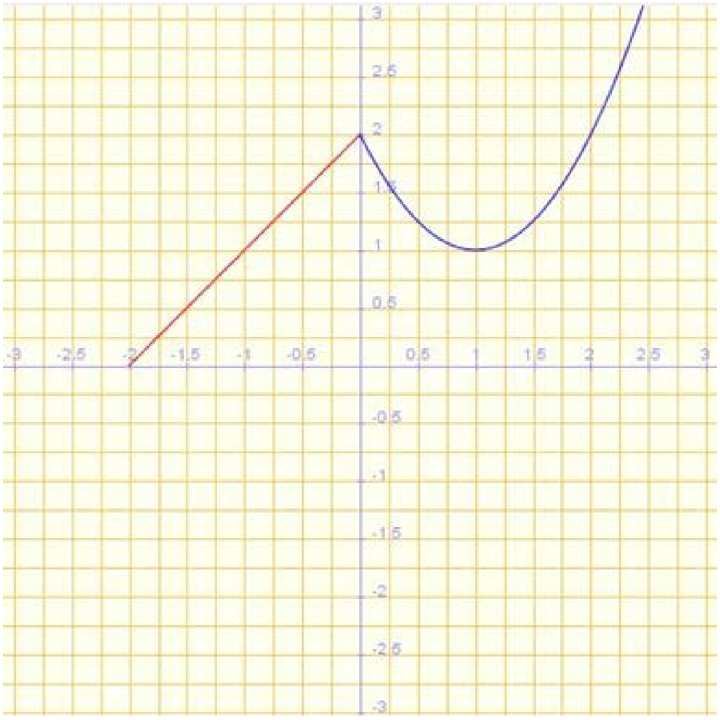
V_y **=f(1) =** $\mathbf{1^2-2*1+2=1-2+2=1}$

Vértice = **(**1, 1**)**

2) Tabla de valores

x	**f(x)**
-1	$\mathbf{(-1)^2-2*(-1)+2=1+2+2=5}$
0	$\mathbf{0^2-2*0+2=0-0+2=2}$
1	**1**
2	$\mathbf{2^2-2*2+2=4-4+2=2}$
3	$\mathbf{3^2-2*3+2=9-6+2=5}$

A partir de los cálculos anteriores, la representación gráfica es:



Solución

La gráfica nos indica que la función tienen un mínimo absoluto en [-2,0] y un máximos absoluto en [5/2, 13/4]

c) Calcula $\int_{1}^{2} f(x)dx$ **.**

$$\int_{1}^{2} f(x)dx = \int_{1}^{2} x^2 - 2x + 2dx = \frac{x^3}{3} - 2\cdot\frac{x^2}{2} + 2x\Big|_1^2 = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x\Big|_1^2 =$$

$$= \left(\frac{2^3}{3} - 2^2 + 2\cdot 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 1^2 + 2\cdot 1\right) = \left(\frac{8}{3} - 4 + 4\right) - \left(\frac{1}{3} - 1 + 2\right) = \left(\frac{8}{3}\right) - \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

Con WIRIS

c) Calcula $\int_{1}^{2} f(x)dx$

$f(x) = x^2 - 2x + 2 \rightarrow x \mapsto x^2 - 2\cdot x + 2$

$\int_{1}^{2} f(x) \rightarrow \frac{4}{3}$

Problema 3. Sabiendo que $P(A)=0{,}3; P(B)=0{,}4; P(A|B)=0{,}2$ **, contesta las siguientes cuestiones:**

a) **Calcula** $P(\overline{A}\cup B)$

$$P(\overline{A}\cup B)=P(\overline{A})+P(B)-P(\overline{A}\cap B)=1-P(A)+P(B)-P(\overline{A}|B)\cdot P(B)=$$
$$=1-0{,}3+0{,}4-(1-0{,}2)\cdot 0{,}4=1-0{,}3+0{,}4-0{,}32=0{,}78$$

Sabemos que :

1) $P(\overline{A})=1-P(A)$

2) $P(\overline{A}|B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}\to P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A}|B)\cdot P(B)$

3) $P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=$

b) **Calcula** $P(B|A)$

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{0{,}08}{0{,}3}=0{,}2667$$

Sabemos que :

1) $P(A|B)=0{,}2\to P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=0{,}2\to P(A\cap B)=0{,}2\cdot P(B)=0{,}2\cdot 0{,}4=0{,}08$

2) $P(A\cap B)=P(B\cap A)$

c) **Calcula** $P(\overline{A}\cap\overline{B})$

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=(\text{Por las leyes de Morgan})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-(P(A)+P(B)-P(A\cap B))=$$
$$=1-(0{,}3+0{,}4-0{,}08)=0{,}38$$

d) **¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?**

Los sucesos A y B son independientes si $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

$$\begin{cases}P(A\cap B)=0{,}08\\ P(A)=0{,}3\\ P(B)=0{,}4\end{cases}\to P(A)\cdot P(B)=0{,}3\cdot 0{,}4=0{,}12\neq P(A\cap B)$$

Por tanto A y B no son independientes