

# **GEOMETRÍA DINAMICA Y ESTADÍSTICA CON LA CLASSPAD 300 Y LA FX-9860G SD**

## **2. GEOMETRÍA DINÁMICA**

**CONSTRUCCIONES Y MOVIMIENTOS. RESOLUCIÓN DE  
TRIÁNGULOS Y TRIGONOMETRÍA.**

---

**CASIO®**

**MAURICIO CONTRERAS**

## GEOMETRÍA DINÁMICA

### Introducción




Con la opción de Geometría dinámica, la ClassPad 300 permite hacer dibujos y construcciones geométricas paso a paso, analizando el proceso seguido y, además, se pueden animar las figuras obtenidas. Se puede medir o modificar las coordenadas de puntos, la amplitud de ángulos, etc. La ClassPad 300 contiene además opciones para dibujar puntos, hallar puntos de intersección, dibujar bisectrices de ángulos, construir polígonos, trazar circunferencias y cónicas, etc.

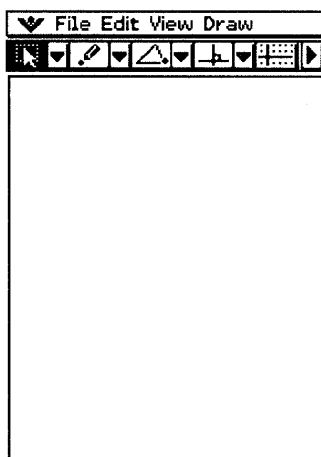
Por otra parte, la ClassPad 300 contiene herramientas de construcción para efectuar rotaciones, reflexiones o simetrías, traslaciones, dilataciones, contracciones, etc.

En esta sesión se analizarán las posibilidades de la ClassPad 300 para tratar el currículo habitual de Geometría de la ESO y del Bachillerato, especialmente en lo concerniente a las transformaciones geométricas (isometrías y movimientos).

### 1. Construcciones geométricas

#### • MENÚS Y HERRAMIENTAS DE LA APLICACIÓN GEOMETRÍA







- Pulsa en el botón Menú de la barra situada en la pantalla de la Classpad y toca el icono . De esta forma se inicia la aplicación Geometría.
- Los elementos del menú  son los mismos que en todas las aplicaciones. Sin embargo, el menú  / **Preferencias** / **Ventana vis.** Contiene opciones especiales para la aplicación Geometría.



- En las siguientes tablas se muestran los menús y herramientas de la aplicación Geometría:

MENÚ ARCH (ARCHIVOS)	
Comando	Acción
Nuevo	Descarta el contenido de la ventana actual y crea un archivo nuevo.
Abrir	Abre un archivo existente.
Guar.	Guarda el contenido de la ventana actual en un archivo.

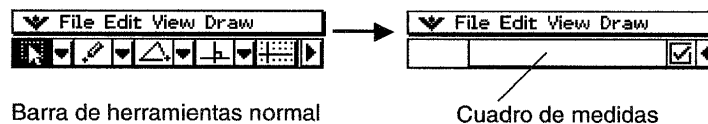
<b>MENÚ EDIT (EDICIÓN)</b>	
<b>Comando</b>	<b>Acción</b>
Deshacer/Rehacer	Cancela la última acción o vuelve a realizarla.
Borrar restricciones	Borra todas las restricciones impuestas en el cuadro de medidas
Mostrar todo	Muestra los objetos ocultos
Activ./Desactiv. Sombra	Alterna entre la activación y la desactivación del sombreado de polígono
Propiedades / Ocultar	Oculto el objeto seleccionado
Propiedades / Mostrar nombre	Muestra los nombres ocultos
Propiedades / Ocultar nombre	Oculto el nombre seleccionado
Propiedades / Más grueso	Hace que las líneas de la figura seleccionada sean más gruesas
Propiedades / Más fino	Hace que las líneas de la figura seleccionada sean más finas
Animación	Contiene los comandos del menú de Animación
Cortar	Corta el objeto seleccionado y lo coloca en el portapapeles
Copiar	Copia el objeto seleccionado y lo coloca en el portapapeles
Pegar	Pega el contenido actual del portapapeles en pantalla
Seleccionar todo	Selecciona todos los objetos de pantalla
Borrar	Borra el objeto seleccionado actualmente
Borrar todo	Borra la pantalla

<b>MENÚ VER</b>		
<b>Comando</b>	<b>Botón</b>	<b>Acción</b>
Cuadro de zoom		Inicia una operación de zoom de cuadro
Desplazar		Permite arrastrar la ventana de gráficos con el lápiz táctil
Aumentar		Amplia el tamaño de la imagen en pantalla
Reducir		Reduce el tamaño de la imagen en pantalla
Zoom ajustar pantalla		Ajusta el tamaño de la imagen de forma que ocupe toda la pantalla
Activ./Desactiv. Ejes		Muestra y oculta los valores de las coordenadas y de los ejes
Rejilla entera	—	Hace que las coordenadas del punto sean los valores enteros más cercanos
UI de animación	—	Activa y desactiva la barra de herramientas de animación

<b>MENÚ DIBUJ (DIBUJAR)</b>	
<b>Comando</b>	<b>Acción</b>
Punto	Dibuja la figura correspondiente
Segmento de línea	
Línea infinita	
Vector	
Círculo	
Arco	
Elipse	
Función	
Polígono	
Forma especial	Permite dibujar figuras especiales: paralelogramos, rectángulos, romboides, etc.
Construir	Contiene comandos que permiten realizar construcciones geométricas

OTROS BOTONES	
Para:	Haz:
Activar la selección	Toca y luego toca la figura
Mover la figura seleccionada	Toca y luego arrastra la figura
Activar la selección de alternancia	Toca y luego toca la figura

- Toca el botón de flecha hacia la derecha [ ▶ ] de la barra de herramientas. Aparece el cuadro de medidas. Toca [ ◀ ] para volver a la barra de herramientas normal.



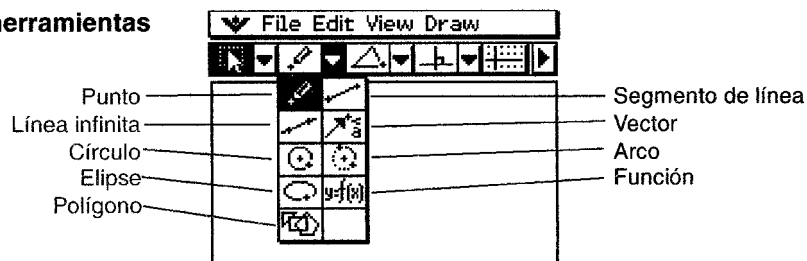
Barra de herramientas normal

Cuadro de medidas

**DIBUJANDO FIGURAS**

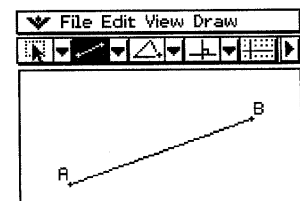
- Puedes dibujar distintas figuras utilizando el menú Dibuj. Pero también puedes utilizar la barra de herramientas:

Barra de herramientas

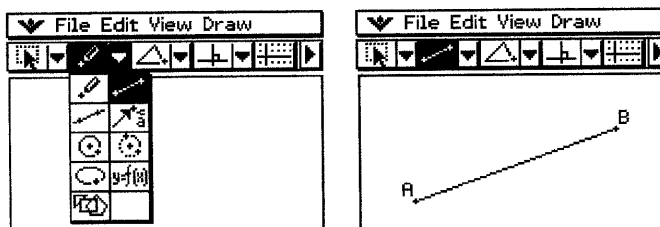


- Para borrar la pantalla después de dibujar cada figura, usa el menú Edit / Borrar todo.

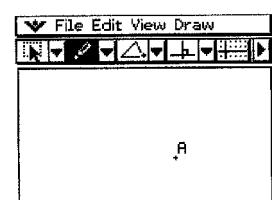
- Dibuja un segmento de recta seleccionando el comando Dibuj / Segmento de línea. De esta forma se selecciona el botón de segmento de línea de la barra de herramientas. Toca en un punto de la pantalla para empezar el segmento de línea y se marcará un punto, y luego toca el punto donde quieres que acabe.



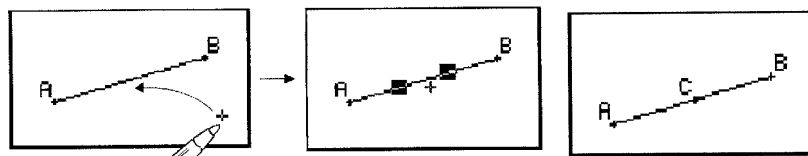
- Dibuja un segmento de recta usando la barra de herramientas. Toca la segunda flecha hacia abajo de la barra de herramientas. Se abre el menú Dibuj. Toca el botón de segmento de línea en la barra de herramientas. Toca el punto donde quieres que empiece el segmento de línea. Se dibuja un punto. Toca de nuevo el punto inicial y, sin levantar el lápiz táctil, arrástralo para dibujar la línea, o también toca directamente el punto final. Cuando el segmento de recta aparezca, levanta el lápiz táctil de la pantalla.



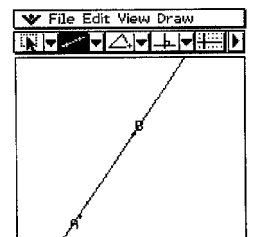
- Dibuja un punto, seleccionando el comando Dibuj. / Punto. Se resalta el botón de punto en la barra de herramientas. Toca la posición de la pantalla donde quieres dibujar el punto.



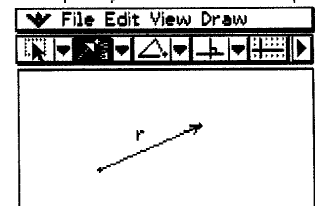
- Para añadir un punto etiquetado a una línea existente, sigue el siguiente procedimiento:
  - (1) Toca Dibuj. / Punto. Se resalta el botón de punto de la barra de herramientas.
  - (2) Arrastra el lápiz táctil sobre la pantalla hacia la línea donde quieres añadir el punto etiquetado. La línea queda seleccionada, lo que se indica con puntos de selección.
  - (3) Arrastra el lápiz táctil a la posición sobre la línea donde quieres añadir el punto etiquetado y levanta el lápiz de la pantalla.



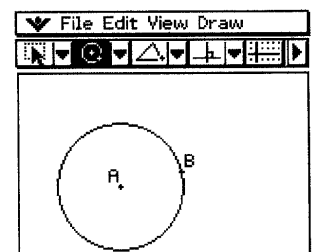
- Dibuja una recta seleccionando el comando Dibuj. / Línea infinita. Se resalta el botón de línea infinita de la barra de herramientas. Toca dos puntos sobre la pantalla a través de los cuales pasará la recta. También puedes tocar un punto y luego arrastrar al segundo punto.



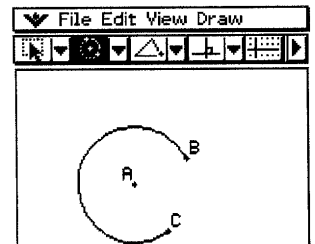
- Dibuja un vector seleccionando el comando Dibuj. / Vector. Así se resalta el botón de vector de la barra de herramientas. Toca el punto donde quieres que empiece el vector y, luego el punto final. También puedes tocar un punto y luego arrastrar al punto final del vector.



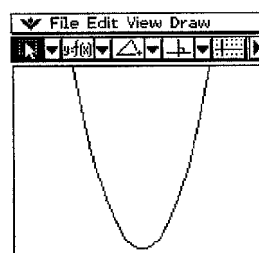
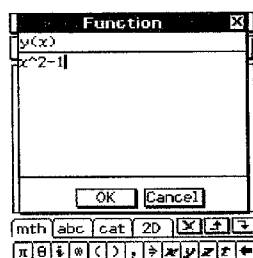
- Dibuja un círculo seleccionando el comando Dibuj. / Círculo. De esta forma se selecciona el botón de círculo de la barra de herramientas. Toca el punto donde quieres que esté el centro del círculo y luego un segundo punto para el radio. También puedes tocar el punto central y arrastrar al segundo punto.



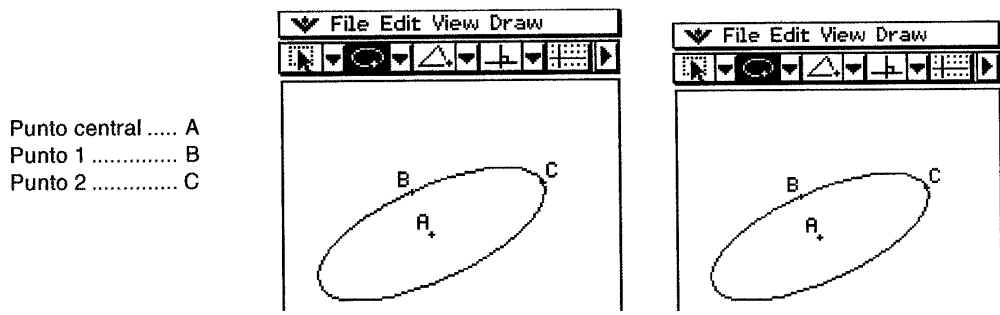
- Dibuja un arco seleccionando el comando Dibuj. / Arco. Se resalta el botón de arco de la barra de herramientas. Toca el punto donde quieres que esté el centro del arco, y luego un segundo punto para indicar dónde quieres que empiece el arco. Toca un tercer punto, que es donde quieres que acabe el arco.



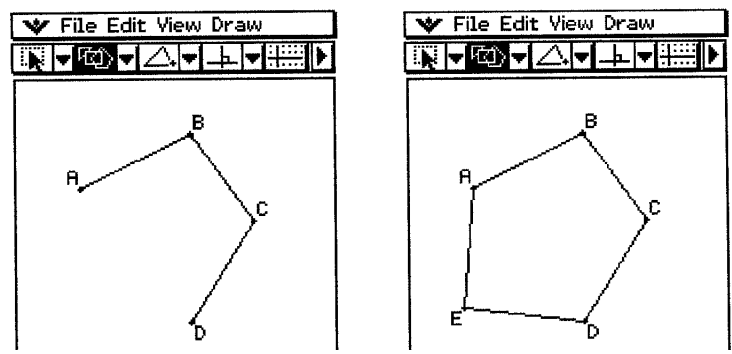
- Dibuja la función  $y = x^2 - 1$ . Para ello toca Dibuj. / Función. Aparece el cuadro de diálogo de función y un teclado virtual. Introduce la función y pulsa [OK] para dibujarla.



- Dibuja una elipse. Para ello has de indicar tres elementos: punto central, punto 1 (que define el eje menor) y punto 2 (que define el eje mayor). Selecciona el comando Dibuj. / Elipse. Se resalta el botón de elipse de la barra de herramientas. Toca el punto que deseas indicar como punto central. Toca el punto que deseas que actúe como punto 1 (eje menor). Aparece una línea entre el punto central y el punto 1. En lugar de tocar, puedes arrastrar el lápiz desde el centro hasta el punto 1. Toca o arrastra el punto que deseas indicar como punto 2 (eje mayor). Aparece la elipse.

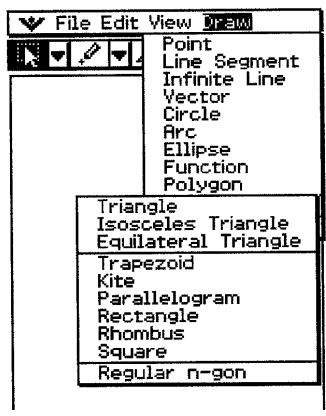


- Dibuja un polígono, seleccionando el comando Dibuj. / Polígono. Se resalta el botón de polígono en la barra de herramientas. Toca el punto donde quieres que empiece el polígono. Toca sucesivamente cada uno de los vértices del polígono. Finalmente, toca de nuevo el punto inicial para completar el polígono.

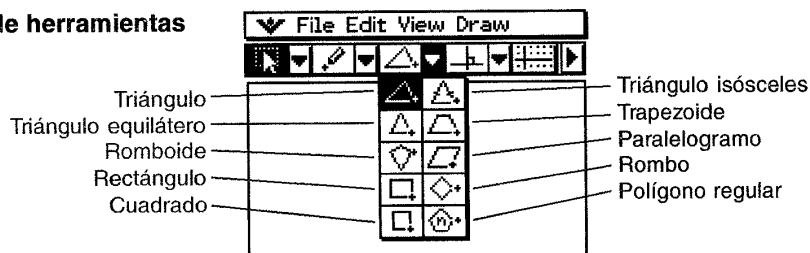


**FORMAS ESPECIALES**

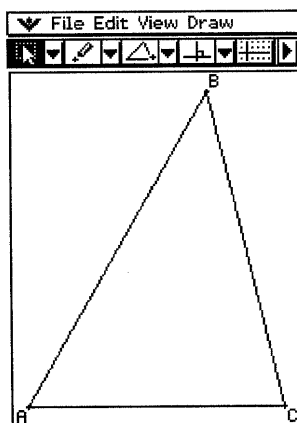
- Con el submenú Formas especiales podemos dibujar automáticamente algunas figuras, como triángulos, paralelogramos, romboides, cuadrados, etc. Para ello, selecciona el tipo de figura del menú, y luego toca la pantalla con el lápiz táctil para dibujarlo. O bien, toca la pantalla con el lápiz táctil y arrástralo para crear un cuadro que indica el tamaño de la figura a dibujar. Todas las figuras del menú de Formas especiales están disponibles en la barra de herramientas:



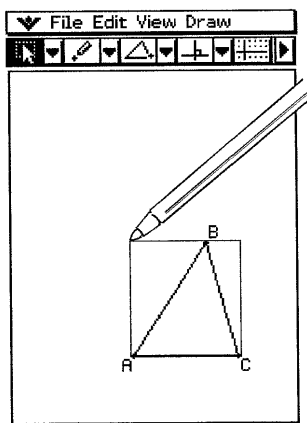
**Barra de herramientas**



- Dibuja un triángulo, seleccionando Dibuj. / Formas especiales / Triángulo. Se resalta el botón de triángulo en la barra de herramientas. A continuación, haz una de las dos operaciones siguientes:
  - a) Toca la pantalla con el lápiz táctil. Con esto se dibuja automáticamente el triángulo seleccionado.
  - b) Coloca el lápiz táctil sobre la pantalla y arrástralo diagonalmente en cualquier dirección. Aparece un cuadro de selección, indicando el tamaño del triángulo. Suelta el lápiz y se dibujará el triángulo.

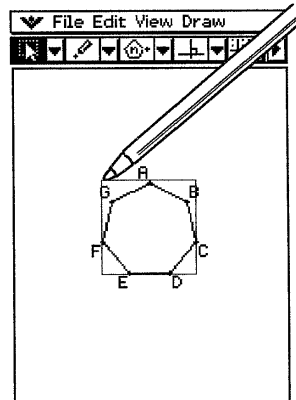
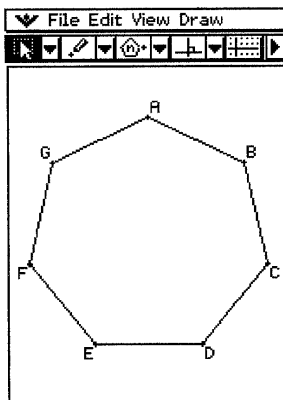
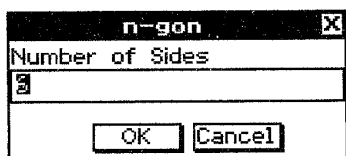


Tocando la pantalla con el lápiz táctil.



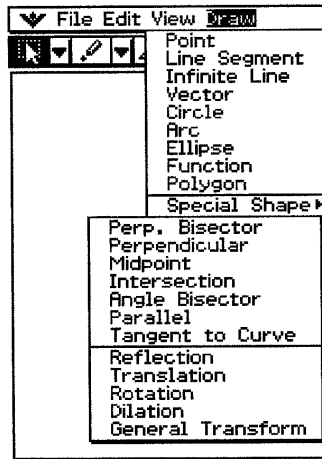
Arrastrando con el lápiz táctil.

- Dibuja un polígono regular, seleccionando el comando Dibuj. / Formas especiales / Polígono regular. Se resalta el botón de polígono regular en la barra de herramientas y aparece el cuadro de diálogo de polígono regular. Introduce un valor indicando el número de lados del polígono y toca [OK]. Para dibujar un polígono regular, realiza cualquiera de las operaciones siguientes:
  - b) Toca la pantalla con el lápiz táctil. Se dibuja automáticamente el polígono seleccionado.
  - c) Coloca el lápiz táctil sobre la pantalla y arrastra diagonalmente en cualquier dirección. Aparece un cuadro de selección, indicando el tamaño del polígono. Suelta el lápiz y se dibuja el polígono.

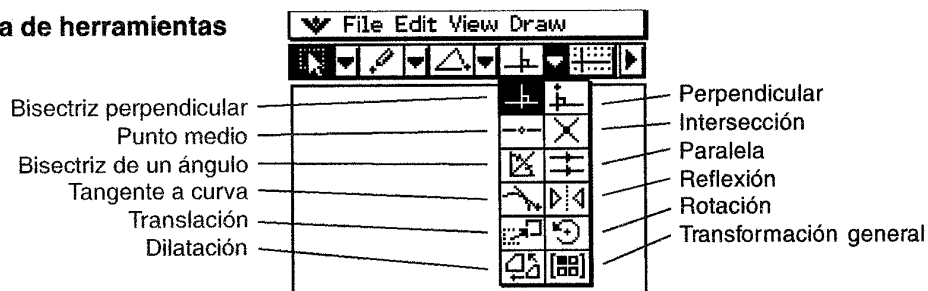


• **CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS**


- Con el submenú Construir podrás trazar perpendiculares, paralelas, bisectrices, mediatrices, tangentes a curvas y estudiar diversos teoremas geométricos. También podrás realizar movimientos de figuras (traslaciones, giros, etc). Las opciones de este menú se pueden encontrar también en la barra de herramientas:

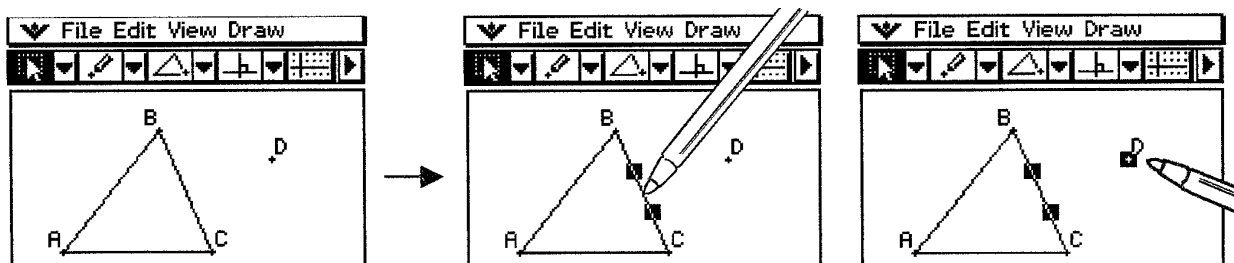



Barra de herramientas




- Los siguientes procedimientos incluyen pasos que requieren la selección de un segmento o de otras figuras. Para seleccionar una o varias figuras puedes utilizar dos procedimientos:

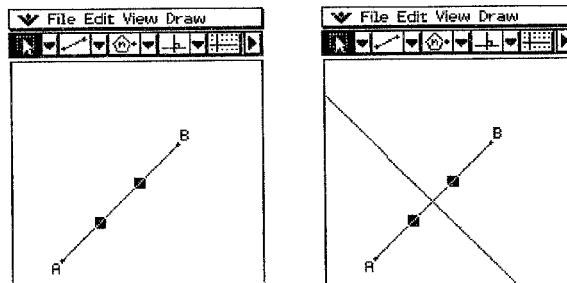
- Selección normal. Toca el botón  de la barra de herramientas. El botón queda resaltado. Con este botón activado puedes seleccionar tantas figuras como quieras. Por ejemplo, para seleccionar el lado BC del triángulo de la figura, toca dicho lado. Si tocas el punto D, éste se selecciona, de forma que el lado BC continua seleccionado. Para cancelar la selección de todas las figuras, toca en cualquier parte libre de la pantalla.




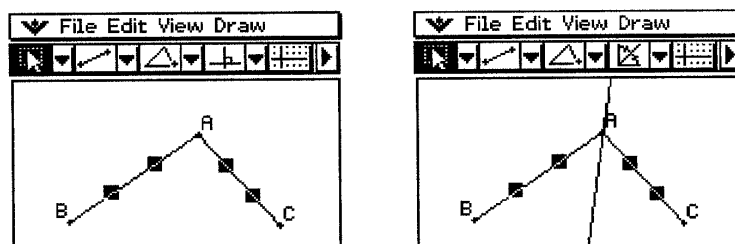
- Selección de alternancia. Toca el botón  de la barra de herramientas. El botón queda resaltado. Con este botón activado puedes seleccionar y cancelar la selección de figuras. Por ejemplo, si tienes varias figuras seleccionadas, puedes cancelar la selección de una parte de ellas. Al tocar dicha parte de nuevo, la selección se vuelve a activar.




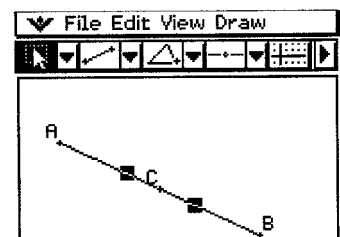
- Construye la mediatriz de un segmento. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un segmento de recta.
  - b) Toca el botón  y selecciona el segmento.
  - c) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Bisectriz perp. Se dibuja la mediatriz del segmento.




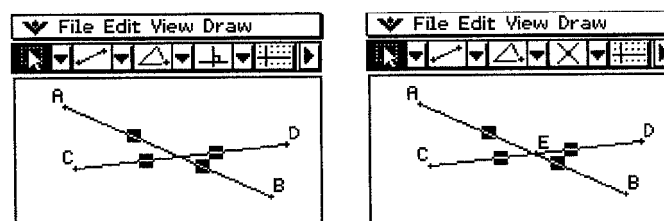
- Construye la bisectriz de un ángulo. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja dos segmentos de recta de manera que formen un ángulo.
  - b) Toca el botón  y selecciona los dos segmentos de recta.
  - c) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Bisectriz de un ángulo. Se dibuja la bisectriz del ángulo.




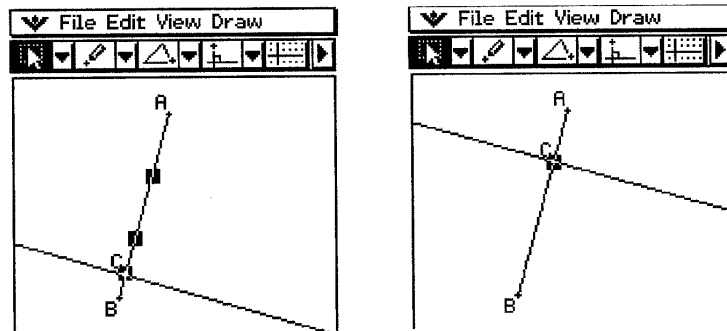
- Dibuja el punto medio de un segmento. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un segmento.
  - b) Toca el botón  y selecciona el segmento.
  - c) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Punto medio. Se dibuja el punto medio del segmento.




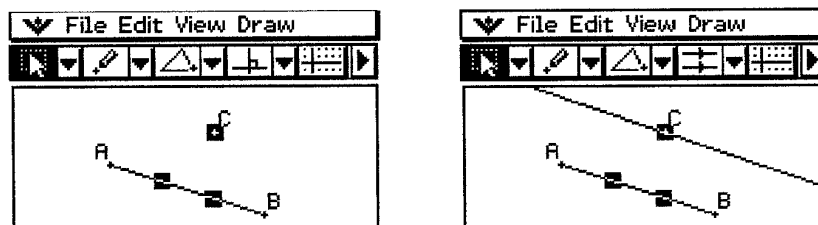
- Halla el punto de intersección de dos rectas. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja dos rectas que se corten.
  - b) Toca el botón  y selecciona las dos rectas.
  - c) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Intersección. Se dibuja el punto de corte.
  - d) Selecciona el punto de intersección y arrástralo.



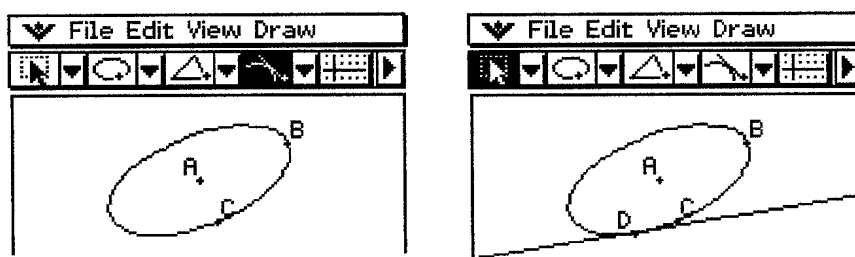
- Construye la recta perpendicular a una dada por un punto de ella. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un segmento de recta o una recta infinita.
  - b) Marca un punto de la recta por el que quieres que pase la recta perpendicular.
  - c) Toca el botón  y selecciona el punto y la línea.
  - d) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Perpendicular. Se dibuja una recta que pasa por el punto seleccionado y que es perpendicular a la recta que contiene dicho punto.
  - e) Selecciona el punto de intersección y arrástralo. ¿Qué ocurre?



- Dibuja una recta paralela a otra que pasa por un punto dado. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja una recta y un punto exterior de ella.
  - b) Toca el botón  y selecciona la recta y el punto.
  - c) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Paralelo. El botón de recta paralela se activa en la barra de herramientas y se dibuja la recta que pasa por el punto seleccionado y es paralela a la recta dada.



- Construye la tangente a una curva por un punto dado. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja una curva, por ejemplo, una elipse.
  - b) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Tangente a curva. Se resalta el botón de tangente a curva de la barra de herramientas.
  - c) Toca el punto de tangencia sobre la curva. Se dibuja la recta tangente.



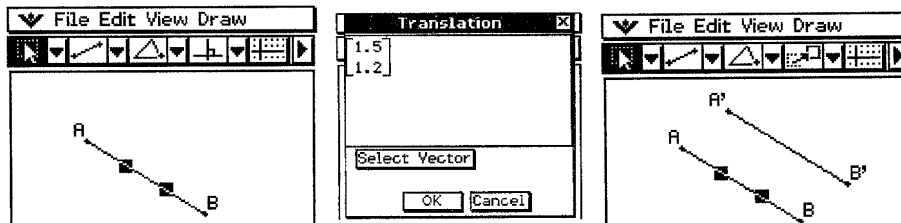
## 2. Movimientos

### • MOVIMIENTOS

- Las opciones relativas a movimientos y transformaciones geométricas se encuentran en el menú Dibuj. / Construir. En el podemos encontrar procedimientos para efectuar traslaciones, giros, simetrías, etc.

- Traslada un segmento utilizando un vector. Sigue los siguientes pasos:

- Dibuja un segmento de recta AB y luego selecciónalo.
- Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Traslación. Aparece el cuadro de diálogo de traslación.
- Introduce en dicho cuadro de diálogo el vector de traslación.
- Toca el botón [OK]. El segmento AB se traslada según el vector introducido y se convierte en A'B'.

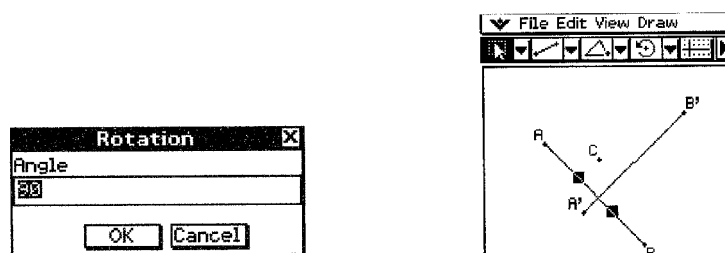



- Traslada un segmento de recta seleccionando un vector. Sigue los siguientes pasos:

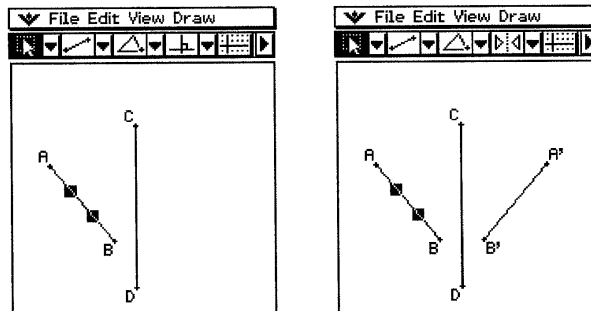
- Dibuja un segmento AB y un vector de traslación. Después, selecciona el segmento.
- Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Traslación. Aparece el cuadro de diálogo de traslación. Toca Seleccionar vector.
- Toca el vector dibujado en la pantalla. El segmento AB se traslada según el vector seleccionado y se convierte en el segmento A'B'.

- Gira un segmento alrededor de un punto. Sigue los siguientes pasos:

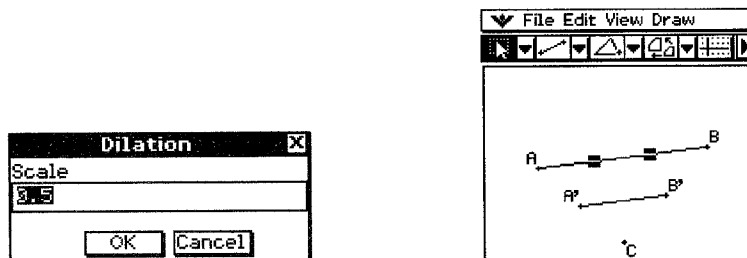
- Dibuja un segmento de recta y selecciónalo.
- Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Rotación. Se resalta el botón de rotación de la barra de herramientas.
- Toca la pantalla una vez para seleccionar el centro de rotación. Aparece el cuadro de diálogo de rotación.
- Indica el ángulo de rotación en grados. Toca el botón [OK] para girar el segmento.



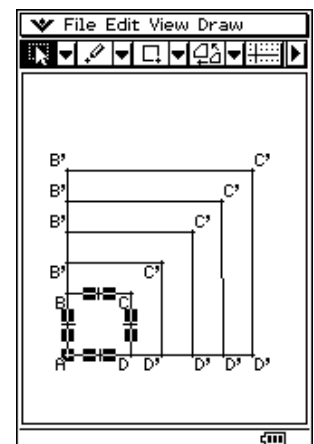
- Dibuja el simétrico de un segmento con respecto a una recta dada. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un segmento de recta. Dibuja una recta para usarla como eje de simetría.
  - b) Toca el botón  y selecciona el segmento.
  - c) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Reflexión. Se resalta el botón de reflexión de la barra de herramientas.
  - d) Toca la recta que hace de eje de simetría. El segmento dibujado se refleja con respecto al eje de simetría.



- Dilata un segmento de recta respecto de un centro de homotecia. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un segmento y luego selecciónalo.
  - b) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Dilatación. Se resalta el botón de dilatación de la barra de herramientas.
  - c) Toca el punto que actuará como centro de homotecia o dilatación. Aparece el cuadro de diálogo de dilatación.
  - d) Indica el factor de escala o razón de homotecia de la dilatación. Toca el botón [OK].

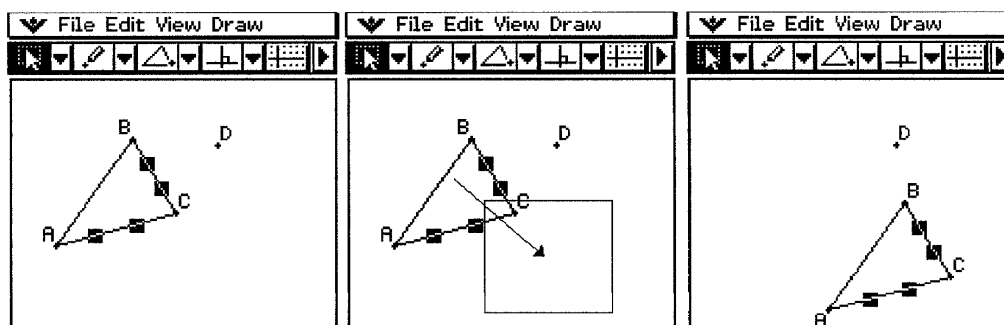


- Dilata un cuadrado tomando como centro de homotecia uno de los vértices. Sigue estos pasos:
  - a) Dibuja un cuadrado y luego selecciona cada uno de sus cuatro lados.
  - b) Selecciona el comando Dibuj. / Construir / Dilatación. Se resalta el botón de dilatación de la barra de herramientas.
  - c) Toca el vértice A, que será el centro de homotecia o dilatación. En el cuadro de diálogo de dilatación, introduce 2 como razón de homotecia de la dilatación. Toca el botón [OK].
  - d) Repite los pasos anteriores, tomando como razones de homotecia 1'5, 2'5 y 3. Observa los resultados.



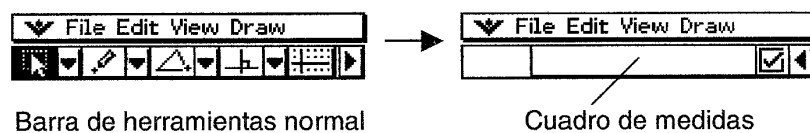
• **MOVER Y COPIAR FIGURAS**

- Dibuja un triángulo. Toca el botón de construcciones y luego selecciona el triángulo.
- Arrastra el triángulo para moverlo a la posición deseada. Observa que aparece un cuadro de selección. Suelta el lápiz táctil para que termine la operación.
- Selecciona el comando Edit / Borrar todo. Dibuja un círculo y luego selecciónalo.
- Selecciona el comando Edit / Copiar.
- Toca en cualquier parte de la pantalla para cancelar la selección del círculo.
- Selecciona el comando Edit / Pegar. Arrastra el círculo pegado a la posición deseada.



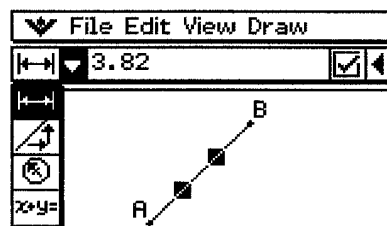
• **MEDIDAS**

Al tocar el botón [▶] de la barra de herramientas de la ventana Geometría aparece el cuadro de medidas. Basta tocar el botón [◀] para regresar a la barra de herramientas normal. Podemos usar el cuadro de medidas para ver, indicar o fijar las medidas de una figura.



• **Ver las medidas de una figura**

El tipo de información que aparece en el cuadro de medidas depende de la figura seleccionada. Por ejemplo, si seleccionamos un segmento, podemos ver la distancia, pendiente, ángulo con el eje OX y la ecuación de la recta que lo contiene. Para indicar el tipo de medida a mostrar, toca el botón [▼] de la barra de herramientas y toca el icono deseado en la lista desplegable.



En la siguiente tabla se muestran los botones del cuadro de medidas y se explica su significado:

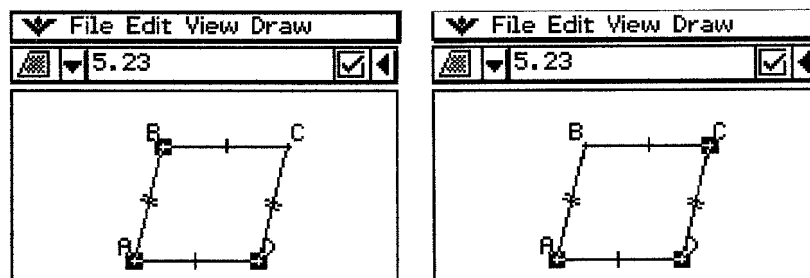
Icono	Nombre del icono	Este icono aparece cuando esto se encuentra seleccionado:	Tocando este icono aparece:	Bloqueable
	Coordenadas	Un solo punto.	Coordenadas del punto.	Sí
	Distancia/ longitud	Dos figuras diferentes, un solo segmento de línea o un vector.	Distancia entre las dos figuras, longitud del segmento de línea o del vector.	Sí
	Pendiente	Una sola línea, segmento de línea o vector.	Pendiente de la línea, segmento de línea o vector.	Sí
	Dirección	Una sola línea, segmento de línea o vector.	Angulo de dirección de la línea (ángulo de inclinación).	Sí
	Ecuación	Cualquier línea o segmento de línea individual, vector, círculo, arco, elipse o cualquier otra figura (parábola, etc.) dibujada por una función.	Función de la figura (en coordenadas rectangulares).	Sí
	Edición de ecuación	Una sola parábola o cualquier otra figura dibujada por una función.	Ecuación de la figura en el cuadro de diálogo de edición de función.	No
	Radio	Un solo círculo o arco.	Radio del círculo o del arco.	Sí
	Circunferencia	Un solo círculo o arco.	Longitud de la circunferencia.	Sí
	Perímetro	Un solo polígono.	Suma de las longitudes de los lados.	No
	Area	Tres puntos cualesquiera, un solo círculo, arco, elipse o polígono.	Area	No
	Angulo	Dos segmentos de línea.	Angulo formado por los segmentos de línea y su complementario.	Sí
	Tangencia	Dos círculos o arcos, o una línea y un círculo.	Si dos elementos son tangentes o no.	Sí
	Congruencia	Dos segmentos de de línea.	Si los segmentos de línea tienen la misma longitud o no.	Sí
	Incidencia	Un punto y una línea, arco, círculo o vector.	Si un punto se encuentra o no sobre la línea/curva.	Sí
	Punto en curva	Un punto y una función, curva o elipse.		
	Angulo de rotación	Dos puntos creados por [Rotation].	Angulo de rotación.	Sí
	Escala de dilatación	Dos puntos (tales como un punto A y un punto A') sobre una figura creada por [Dilation].	Escala de dilatación.	Sí
	Matriz de transformación	Dos puntos (tales como un punto A y un punto A') sobre una figura creada por [Rotation], [Dilation], [Reflection], [Translation] o [General Transform].	Matriz de transformación.	No

Los elementos Dirección y Ángulo de rotación siempre muestran la información en grados, sin tener en cuenta la configuración actual para la unidad angular.

• **Áreas triangulares**

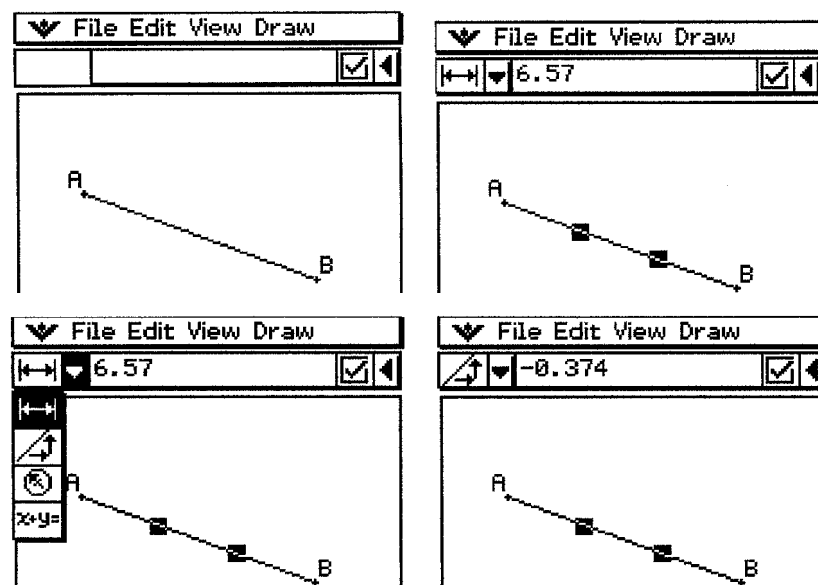
Usa el paralelogramo ABCD, cuyos lados AD y BC son paralelos, para determinar las áreas de los triángulos formados por el lado AD y el punto B, y el lado AD y el punto C.

- Selecciona el comando Edit / Borrar todo. Dibuja el paralelogramo.
- Toca el botón [ ▶ ] en la barra de herramientas para ver el cuadro de medidas.
- Selecciona los puntos A, D y B. Aparece el área del triángulo ADB en el cuadro de medidas.
- Toca en cualquier parte fuera del paralelogramo para cancelar la selección de los puntos y luego selecciona los puntos A, D y C. Aparece el área del triángulo ADC en el cuadro de medidas. Comprueba que las áreas de los dos triángulos son iguales.

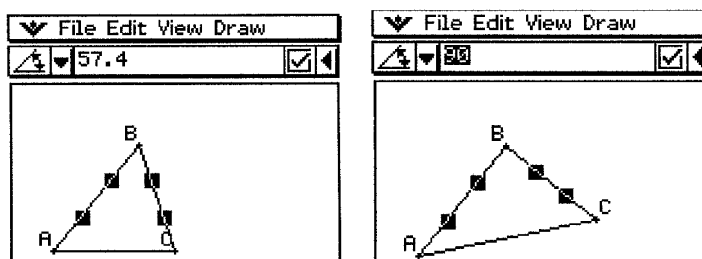


• **Medidas de un segmento**

- Dibuja un segmento de recta.
- Toca el botón [ ▶ ] en la barra de herramientas para ver el cuadro de medidas.
- Selecciona el segmento. Aparece la longitud del segmento.
- Toca el botón [ ▼ ] situado junto al cuadro de medidas para elegir otro tipo de medidas. Por ejemplo, puedes seleccionar la pendiente, la dirección y la ecuación de la recta que lo contiene.



- Indicar las medidas de una figura
  - Indicar la medida de un ángulo de un triángulo
- a) Selecciona el comando Edit / Borrar todo. Dibuja el triángulo.
  - b) Toca el botón [ ▶ ] en la barra de herramientas para ver el cuadro de medidas.
  - c) Selecciona el lado AB y luego selecciona el lado BC. Aparece la medida del ángulo B en el cuadro de medidas.
  - d) Introduce el valor que desees indicar para el ángulo B (por ejemplo, 90 grados) en el cuadro de medidas y pulsa [EXE]. Observa que el ángulo B se modifica hasta que su valor sea de 90 grados.

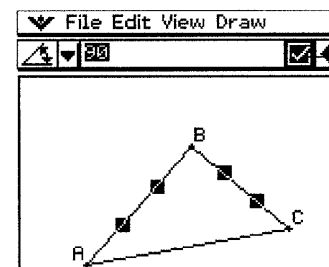


• Fijar las medidas de una figura

Fijar una medida de una figura significa imponer una restricción a la figura. Por ejemplo, si fijamos un punto a un círculo y movemos el círculo, el punto también se moverá.

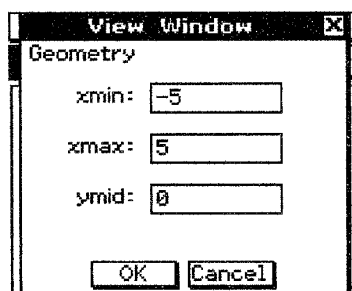
• Fijar la medida de un ángulo de un triángulo

- a) Selecciona el comando Edit / Borrar todo. Dibuja el triángulo.
- b) Selecciona el lado AB y luego selecciona el lado BC.
- c) Introduce 90 en el cuadro de medidas y luego selecciona el cuadro [ ◀ ] situado a la derecha del cuadro de medidas. La medida del ángulo B queda fijada en 90 grados.




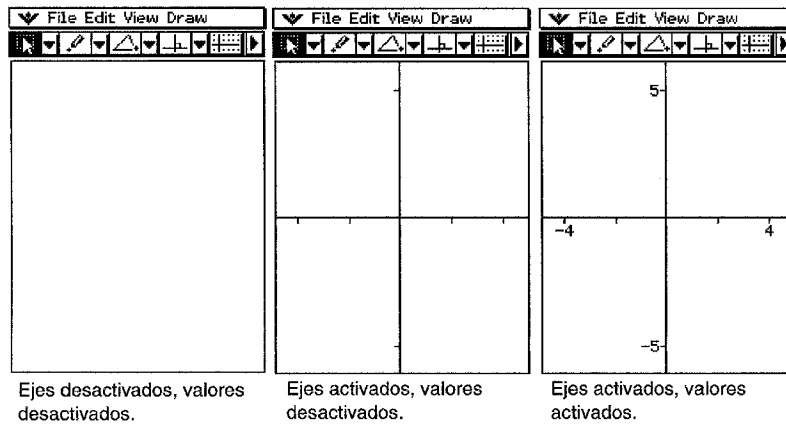
• VISUALIZACIÓN DE LA VENTANA DE GEOMETRÍA

- Selecciona el comando / Preferencias / Ventana vis. De esta forma aparece el cuadro de diálogo de la ventana de visualización, en el que puedes cambiar el rango de valores de x. El valor ymid sirve para centrar la ventana de gráficos verticalmente. Pon ymid=2 y el eje OY aparecerá 2 unidades por debajo del centro de la ventana de gráficos.

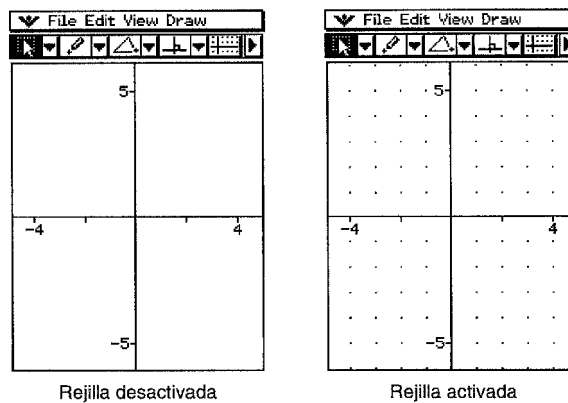





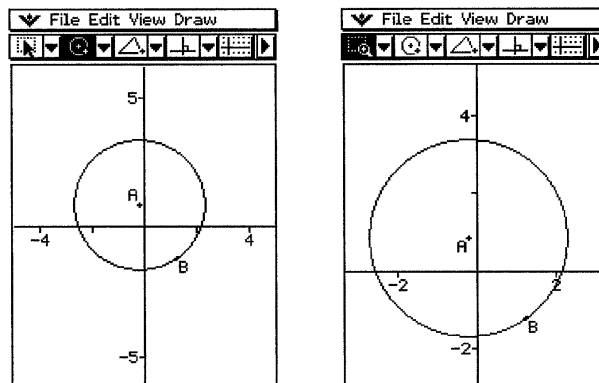
- Toca el botón  o selecciona el comando Ver / Activ. / desact. ejes y elige sucesivamente cada una de las tres configuraciones siguientes:






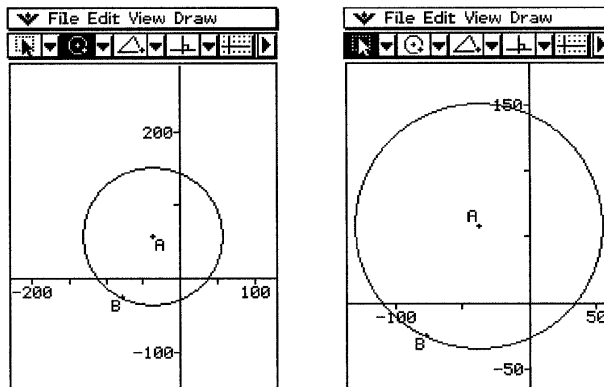
- Selecciona el comando Ver / Rejilla entera y observa el resultado.




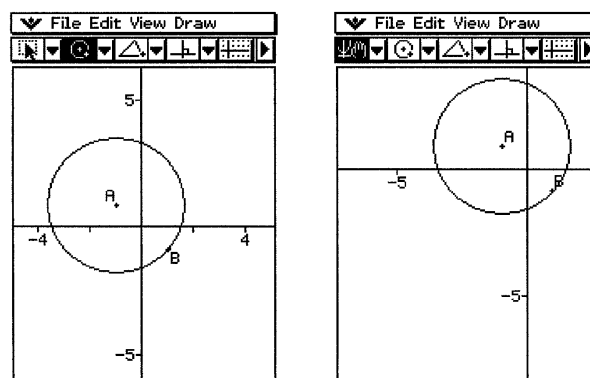
- Utiliza el cuadro de zoom para ampliar parte de un círculo. Sigue los siguientes pasos:
  - Comprueba que la ventana de visualización se encuentra en la opción "Ejes activados, valores activados". Dibuja un círculo.
  - Selecciona el comando Ver / Cuadro de zoom, o toca el botón  de la barra de herramientas.
  - Arrastra el lápiz táctil sobre la pantalla para dibujar un cuadro de selección alrededor del área que quieres ampliar.
  - Levanta el lápiz táctil de la pantalla y el área seleccionada se ampliará hasta ocupar toda la pantalla.



- Amplía un círculo. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un círculo.
  - b) Selecciona el comando Ver / Aumentar, o toca el botón  de la barra de herramientas, o pulsa la tecla [+] de la Classpad. El círculo se amplía.
  
- Reduce un círculo. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un círculo.
  - b) Selecciona el comando Ver / Reducir, o toca el botón  de la barra de herramientas, o pulsa la tecla [-] de la Classpad. El tamaño del círculo se reduce.
  
- Ajusta una figura a la pantalla. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Dibuja un círculo (u otra figura).
  - b) Selecciona el comando Ver / Zoom ajustar pantalla, o toca el botón  de la barra de herramientas, o pulsa la tecla [=] de la Classpad. Observa que la figura se amplía o se reduce hasta ocupar toda la pantalla.





- Desplaza la imagen en pantalla. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Comprueba que la ventana de visualización se encuentra en la opción "Ejes activados, valores activados". Dibuja un círculo (u otra figura).
  - b) Selecciona el comando Ver / Desplazar, o pulsa el botón  de la barra de herramientas.
  - c) Coloca el lápiz táctil sobre la pantalla y arrástralo en la dirección en que quieres desplazar el círculo. También puedes desplazar la figura utilizando las teclas de desplazamiento [◀] [▶] [▲] [▼] de la Classpad.

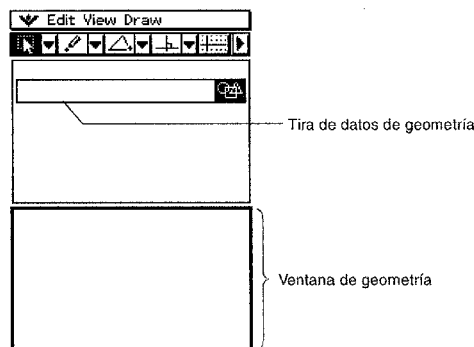


**USO CONJUNTO DE LA APLICACIÓN GEOMETRÍA CON OTRAS APLICACIONES**

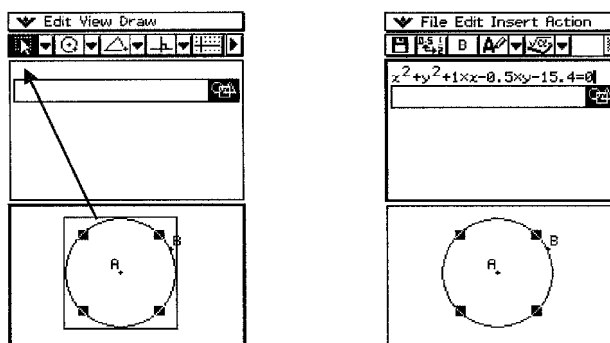
**Arrastrar y soltar**

Arrastra un círculo desde la ventana de Geometría a la ventana eActivity. Sigue los siguientes pasos:




- a) Toca el botón  para ver el menú de aplicaciones y luego toca el botón  para iniciar la aplicación eActivity.
- b) Desde el menú eActivity, selecciona Insert / Geometría. Se inserta una tira de datos de Geometría y aparece la ventana de Geometría en la parte inferior de la pantalla.

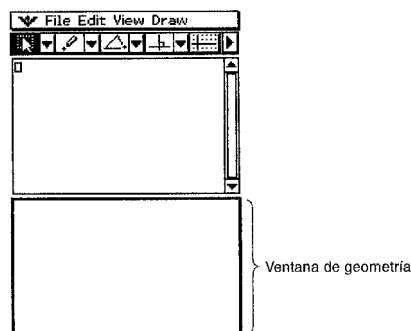



- c) Dibuja un círculo en la ventana de Geometría.
- d) Selecciona el círculo y arrástralo a la primera línea disponible de la ventana eActivity. Se inserta la ecuación del círculo en la ventana eActivity.
- e) Modifica el radio del círculo en la ventana de eActivity. Selecciona su ecuación modificada y arrástrala a la ventana de Geometría.

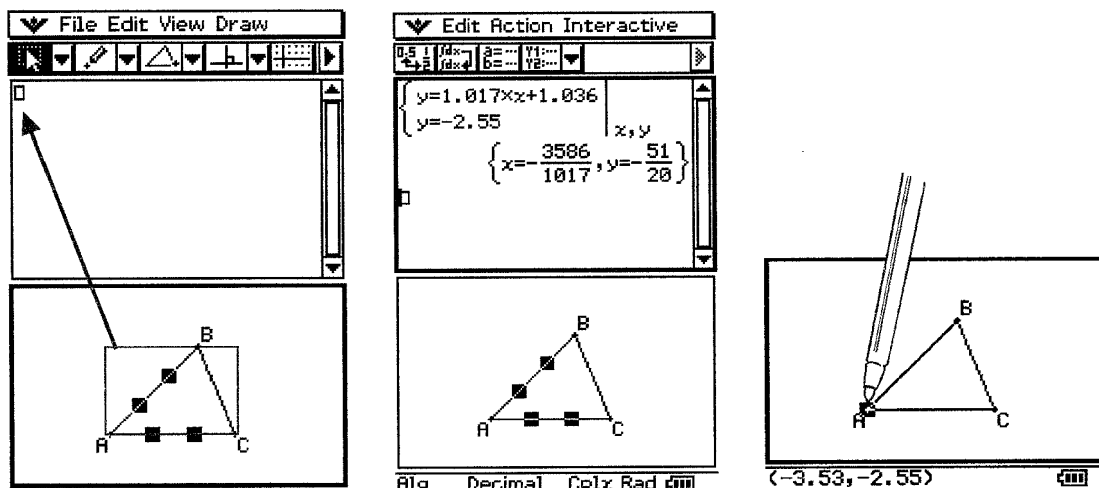


Arrastra dos lados de un triángulo desde Geometría a la ventana Principal. Sigue estos pasos:

- a) Toca el botón  para ver el menú de aplicaciones y elige el botón  para iniciar la aplicación Principal. Toca el botón  para ver la ventana de Geometría en la parte inferior de la pantalla.



- b) Dibuja un triángulo en la ventana de Geometría.
- c) Selecciona dos lados del triángulo y arrástralos a la ventana principal. Se insertan las ecuaciones de los lados en la ventana Principal.
- d) Pulsa la tecla [EXE]. La solución obtenida coincide con las coordenadas del punto A. Selecciona el punto A para ver sus coordenadas en la barra de estado.
- e) Para ver la solución del sistema de forma decimal, toca la fila de entrada de datos que contiene el sistema y luego toca el botón .

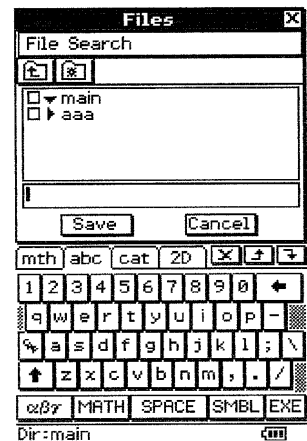


La información que aparece cuando arrastrar una figura a otra aplicación depende de la figura que arrastres. En la siguiente tabla tienes algunos de los resultados posibles:

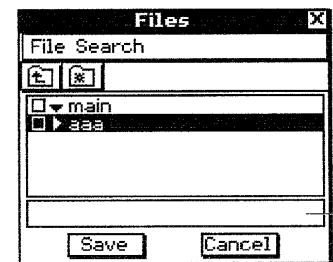
Figura geométrica	Arrastrar y soltar a otra aplicación transforma a:	Soporte para arrastrar y soltar a una fila de vínculo geométrico* en eActivity:
Punto.	Un par ordenado.	Sí
Segmento de línea.	Ecuación lineal.	Sí
Línea infinita.	Ecuación lineal.	Sí
Vector (Rayo).	Un par ordenado (cabeza del vector, suponiendo que la cola se encuentra en el origen).	No
Círculo.	Ecuación de un círculo.	Sí
Arco.	Ecuación de un círculo.	Sí
Elipse.	Ecuación de una elipse.	Sí
Función ( $y=f(x)$ ).	Ecuación de la función.	Sí
Dos líneas.	Sistema de ecuaciones.	No
Polígono.	Matriz que contiene cada uno de los vértices.	No
Polígono abierto creado por una animación.	Matriz que contiene cada uno de los vértice.	No
Pares de puntos relacionados por una transformación.	Expresión que muestra la relación entre los puntos.	No

• **ARCHIVOS DE GEOMETRÍA**

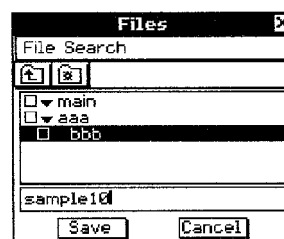
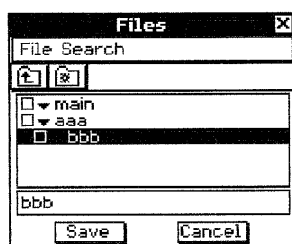
- Crea una nueva carpeta de nombre pruebaG. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Con la ventana de Geometría abierta, selecciona el comando Arch. / Guar. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - b) Selecciona el comando Arch. / Crear carpeta o toca el botón . Aparece el cuadro de diálogo de creación de carpeta.
  - c) Introduce el nombre de la carpeta pruebaG. Este nombre no debe tener más de 8 bytes.
  - d) Toca el botón [OK] para crear la carpeta y cierra el cuadro de diálogo, pulsando [Canc.].



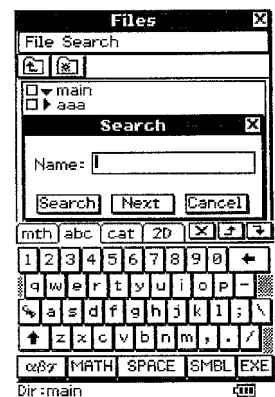
- Guarda un archivo de Geometría en la carpeta creada. Sigue los siguientes pasos:
  - a) En la ventana de Geometría dibuja un hexágono regular.
  - b) Selecciona el comando Arch. / Guar. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - c) Toca el nombre de la carpeta pruebaG donde vamos a guardar el archivo, de manera que quede seleccionado.
  - d) En el cuadro de edición de nombres de archivo, introduce el nombre del archivo, hexa, que debe tener como máximo 8 bytes. Finalmente, toca el botón [Guar.].



- Abre un archivo de Geometría guardado en una carpeta. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Selecciona el comando Arch. / Abrir. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - b) Abre la carpeta pruebaG que contiene el archivo que queremos abrir.
  - c) Toca el nombre del archivo que queremos abrir, hexa, de manera que quede seleccionado y luego toca el botón [Abrir].
- Guarda un archivo con un nombre diferente. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Selecciona el comando Arch. / Guar. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - b) Introduce el nuevo nombre del archivo, polig6. Este nombre debe tener 8 bytes como máximo.
  - c) Toca el botón [Guar.].




- Cambia el nombre de un archivo. Sigue estos pasos:
  - a) Selecciona el comando Arch. / Abrir. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - b) Toca el nombre del archivo, polig6, de forma que quede seleccionado.
  - c) Selecciona el comando Arch. / Cambiar nombre. Aparece el cuadro de diálogo de cambio de nombre. Introduce el nuevo nombre del archivo: pol6, y toca el botón [OK] para cambiar el nombre del archivo. Cierra el cuadro de diálogo de archivos, tocando el botón [Canc.].
- Mueve un archivo a otra carpeta. Sigue los siguientes pasos:
  - a) Crea una nueva carpeta de nombre Geo2.
  - b) En la ventana de Geometría, selecciona el comando Arch. / Abrir. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - c) Selecciona el cuadro de marcación junto al archivo pol6 que vamos a mover. Si tuviéramos que mover varios archivos, seleccionaríamos sus cuadros de marcación.
  - d) Selecciona el comando Arch. / Mover. Aparece el cuadro de diálogo para seleccionar la carpeta de destino.
  - e) En el cuadro de diálogo, toca el botón [▼] y selecciona la carpeta de destino, Geo2, y toca el botón [OK]. Cierra el cuadro de diálogo de archivos, tocando el botón [Canc.].
- Busca un archivo. Sigue estos pasos:
  - a) Selecciona el comando Arch. / Abrir. Aparece el cuadro de diálogo de archivos. Selecciona [Buscar]. Aparece el cuadro de diálogo de búsqueda.
  - b) Introduce el nombre del archivo a buscar, pol6, y la carpeta donde hay que buscar, Geo2.
  - c) Toca el botón [Buscar]. Si tocas el botón [Abrir], se abre el archivo.
  - d) Si quieres buscar la siguiente coincidencia, toca [Buscar] otra vez y luego toca [Siguiente] en el cuadro de diálogo de búsqueda.
- Borra un archivo. Sigue estos pasos:
  - a) Selecciona el comando Arch. / Abrir. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - b) Selecciona el cuadro de marcación junto al archivo que queremos borrar, pol6, situado en la carpeta Geo2. Selecciona también el archivo hexa situado en la carpeta pruebaG.
  - c) Selecciona el comando Arch. / Borrar, y toca el botón [OK] en el cuadro de diálogo.
  - d) Cierra el cuadro de diálogo de archivos, tocando el botón [Cancel].
- Borra una carpeta. Sigue estos pasos:
  - a) Selecciona el comando Arch. / Guar. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
  - b) Selecciona el cuadro de marcación de la carpeta que vamos a borrar, Geo2. Selecciona también el cuadro de marcación de la carpeta pruebaG.
  - c) Selecciona el comando Arch. / Borrar, y toca el botón [OK] para borrar las carpetas.
  - d) Cierra el cuadro de diálogo de archivos, tocando el botón [Canc.].



### 3. Resolución de triángulos y Trigonometría

- **GRÁFICAS DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**

- Inicia la ventana de visualización trigonométrica. Sigue estos pasos:


- a) Con la ventana de gráficos activa, toca el botón  para que aparezca el cuadro de diálogo de la ventana de visualización.
- b) Selecciona el comando Memoria / Trigonométrico. Se muestran los parámetros de la ventana trigonométrica, tal como se indica a continuación.

Configuración en Radianes	
xmin=-9.4247779607	xmax=9.4247779607
xscale=1.57079632679	xdot=0.12239971377
ymin=-1.6	ymax=1.6
yscale=0.5	ydot=0.04210526315
tθmin=0	tθmax=6.28318530717
tθstep=0.05235987755	


Configuración en grados			
xmin=-540	xmax=540	xscale=90	xdot=7.01298701298
ymin=-1.6	ymax=1.6	yscale=0.5	ydot=0.04210526315
tθmin=0	tθmax=360	tθstep=3	

- c) Pulsa [Acep.] para aceptar estos parámetros.

- Representa gráficamente la función  $y=\sin x$  en la ventana de visualización trigonométrica.

- a) En el editor de gráficos introduce la fórmula de la función, utilizando el teclado virtual [TRIG].
- b) Toca el botón  para dibujar la gráfica.


- Activa la ventana de visualización estándar. Sigue estos pasos:






- a) Con la ventana de gráficos activa, toca el botón  para que aparezca el cuadro de diálogo de la ventana de visualización.
- b) Selecciona el comando Memoria / Estándar. Con esto se aplican los parámetros por defecto:

xmin=-10	xmax=10	xscale=1	xdot=0.12987012987
ymin=-10	ymax=10	yscale=1	ydot=0.26315789473
tθmin=0	tθmax=6.28318530717	tθstep=0.05235987755	

- c) Observa que la gráfica de la función  $y=\sin x$  que está en la ventana de gráficos se vuelve a dibujar según los valores de la nueva ventana de visualización.

- Haz que se configuren automáticamente los parámetros de la ventana de visualización.


- a) Con la ventana de gráficos activa, toca el botón . Se abre el cuadro de diálogo de la ventana de visualización.
- b) Selecciona el comando Memoria / Indefinido y pulsa [Acep.]. De esta forma, los parámetros de la ventana de visualización se configuran automáticamente según la función a representar.

- También puedes guardar la configuración actual de la ventana de visualización seleccionando el comando Memoria / Almacenar. Aparecerá un cuadro de diálogo en el que puedes poner un nombre para la configuración.
- Para recuperar una configuración de la ventana de visualización previamente almacenada, selecciona el comando Memoria / Recuperar. Aparecerá una lista con los nombres de las configuraciones de ventana almacenadas. Selecciona el nombre deseado y pulsa [Acep.]
- Dibuja la gráfica de la función  $y=3\cos(2x)$  y guarda su imagen en un archivo.
  - a) Si es necesario, en el menú de aplicaciones, toca el botón .
  - b) En el editor de gráficos introduce la fórmula de la función  $y=3\cos(2x)$ .
  - c) Selecciona la ventana de visualización Trigonométrica y toca el botón  para dibujar la gráfica de la función.
  - d) Con la ventana de gráficos activada, selecciona el comando  $\blacklozenge$  / Almacenar imagen. En el cuadro de diálogo que aparece introduce **coseno** como nombre para la imagen y toca [Acep.]
- Recupera la imagen **coseno** de la gráfica anterior.
  - a) En el editor de gráficos edita la función  $y=3x+7$ .
  - b) Toca el botón  para dibujar la gráfica de la función.
  - c) Con la ventana de gráficos activa, selecciona el comando  $\blacklozenge$  / Recuperar imagen. Aparece una lista con los nombres de imágenes de gráficos almacenadas.
  - d) Selecciona el nombre de la imagen, **coseno**, y toca el botón [Acep.]. Observa el resultado.
- Utiliza una función incorporada para dibujar la gráfica de la función  $y=4\cos(2x+3)-2$ .
  - a) En la ventana del editor de gráficos, sitúa el cursor a la derecha de la línea  $y2$  en la Hoja 3.
  - b) Selecciona el comando  $\blacklozenge$  / Incorporado /  $y=a \cos(bx+c)+d$ .
  - c) En el siguiente cuadro de diálogo introduce los valores de los coeficientes:  $a=4$ ,  $b=2$ ,  $c=3$ ,  $d=-2$ .
  - d) Toca el botón [Acep.] y selecciona el cuadro de marcación de  $y2$ .
  - e) Toca el botón  para dibujar la gráfica de la función.
- Representa gráficamente la función  $y=\tan x$  en la ventana de visualización trigonométrica.
  - a) En el editor de gráficos introduce la fórmula de la función, utilizando el teclado virtual [TRIG].
  - b) Toca el botón  para dibujar la gráfica.
- Usa el mismo procedimiento para representar gráficamente las funciones  $y=\tan(2x)$ ,  $y=\tan(3x)$  en la ventana de visualización trigonométrica. Compara dichas gráficas.



**EXPRESIONES TRIGONOMÉTRICAS**

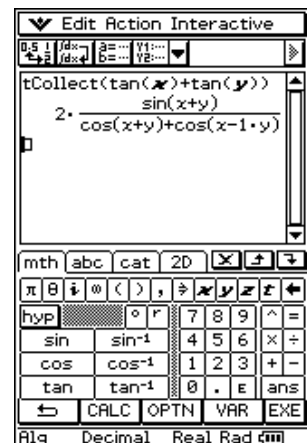
- Transforma en suma el siguiente producto:  $\sin(x+y)\times\sin(x-y)$ .

- Toca el icono  para iniciar la aplicación principal.
- Selecciona el comando Edit / Clear All para borrar la pantalla principal. Confirma la operación pulsando [OK].
- Pulsa [KEYBOARD] para que se visualice el teclado virtual.
- Selecciona el comando Action/Transformation/tCollect.
- En el teclado [mth] pulsa el botón [TRIG] para visualizar las funciones trigonométricas. A continuación, pulsa: [sin] [x] [+] [y] [)] [×] [sin] [x] [-] [y] [)] [)] para introducir la expresión: tCollect(sin(x+y)sin(x-y). Pulsa [EXE] y observa el resultado.



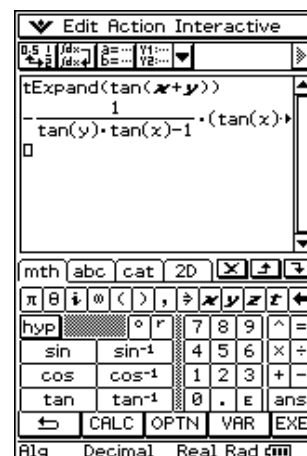
- Transforma en producto la siguiente suma:  $\tan(x)+\tan(y)$ .

- Selecciona el comando Edit / Clear All para borrar la pantalla principal. Confirma la operación pulsando [OK].
- Selecciona el comando Action/Transformation/tCollect.
- En el teclado [mth] [TRIG] pulsa [tan] [x] [)] [+] [tan] [y] [)] [)] para introducir la expresión: tCollect(tan(x)+tan(y)). Pulsa [EXE] y observa el resultado.



- Transforma en cociente la expresión  $\tan(x+y)$

- Selecciona el comando Edit / Clear All para borrar la pantalla principal. Confirma la operación pulsando [OK].
- Selecciona el comando Action/Transformation/tExpand.
- En el teclado [mth] [TRIG] pulsa [tan] [x] [+] [y] [)] [)] para introducir la expresión tExpand(tan(x+y)). Pulsa [EXE] y observa el resultado.




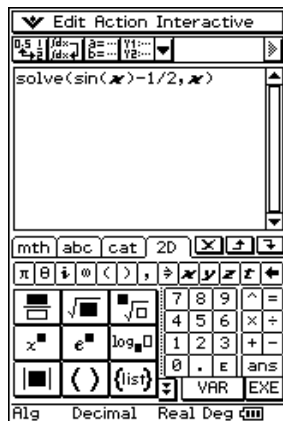
- Utiliza los comandos tExpand o tCollect para simplificar las siguientes expresiones trigonométricas:

- |                               |                                  |                                     |
|-------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\sin(x+y)\times\cos(x-y)$ | b) $\cos(x+y)\times\cos(x-y)$    | c) $\cos(x+y)$                      |
| d) $\tan(x) - \tan(y)$        | e) $\tan(x) + \frac{1}{\tan(x)}$ | f) $\frac{\sin(2x)}{1 - \cos^2(x)}$ |

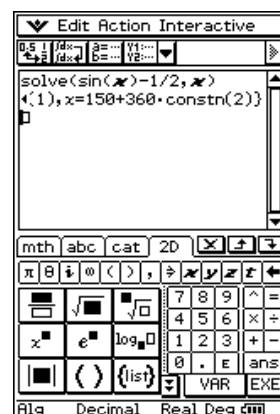
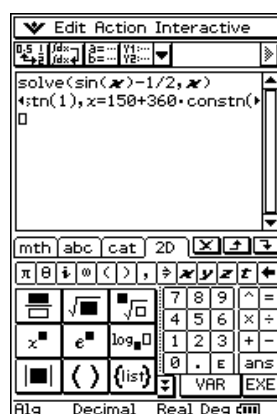
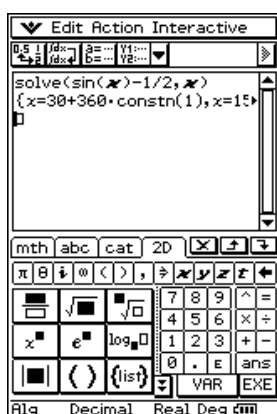
• **ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS**


- Resuelve la ecuación  $\sin x = 1 / 2$

- Toca el icono  para iniciar la aplicación principal.
- Selecciona el comando Edit / Clear All para borrar la pantalla principal. Confirma la operación pulsando [OK].
- Pulsa [KEYBOARD] para que se visualice el teclado virtual.
- Toca la solapa [cat] para abrir el catálogo de funciones. En Form, selecciona Func y, a continuación, toca la letra S. Se muestran en pantalla las funciones cuyo nombre empieza por la letra s.
- Selecciona el comando solve( y toca [INPUT]. En la pantalla principal aparecer solve(.
- Toca la solapa [mth] y el botón [TRIG] para visualizar las funciones trigonométricas.
- Toca los botones [sin] [x] [ ) ] [-] [1] [÷] [2] [ , ] [x] [ ) ] (o utiliza el teclado [2D]) para introducir la expresión solve(sin(x)-1/2, x).

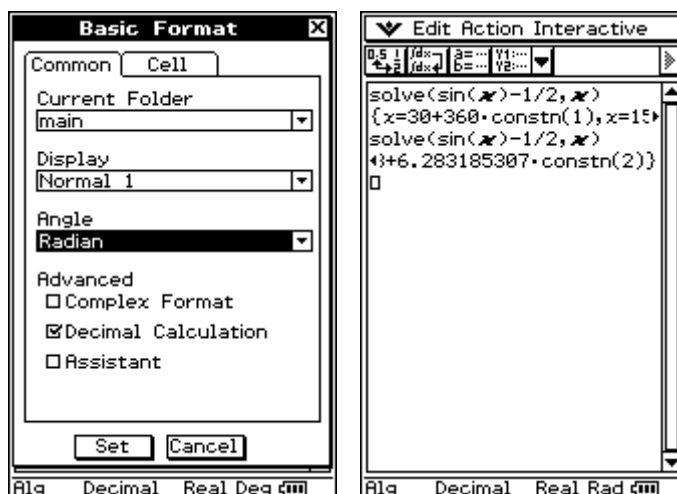


- Toca el botón [EXE] y observa cómo presenta las infinitas soluciones la ClassPad.



- Selecciona el comando  /Settings/Setup/Basic Format. En la solapa Common, en la lista Angle, selecciona Radian y toca el botón Set para confirmar.
- Selecciona con el lápiz táctil la expresión solve(sin(x)-1/2, x) y arrástrala hasta una nueva línea de la pantalla Principal.

k) Pulsa la tecla [EXE] y observa cómo representa la ClassPad las infinitas soluciones de la ecuación.



• Utilizando el mismo procedimiento, resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a)  $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $\sin(x) = \cos(x)$

c)  $\tan(x) = 2$

d)  $\sin(2x) = \cos 60^\circ$

e)  $\cos(2x) = 1 + 4\sin(x)$

f)  $\sin^2(x) - \cos^2(x) = \frac{1}{2}$

• **RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS**

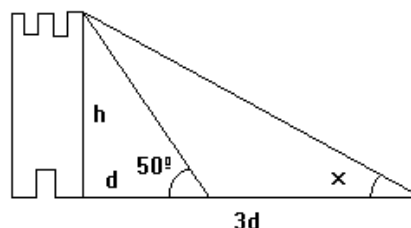
• Situándose a cierta distancia del pie de una torre, el ángulo bajo el que se la ve, mirando desde el suelo, es de 50°. ¿Bajo qué ángulo se verá situándose a triple distancia?


En la siguiente figura, h representa la altura de la torre, d es la distancia del primer punto de observación a la misma. La incógnita del problema es x. Se cumple:

$$\tan 50^\circ = \frac{h}{d}$$

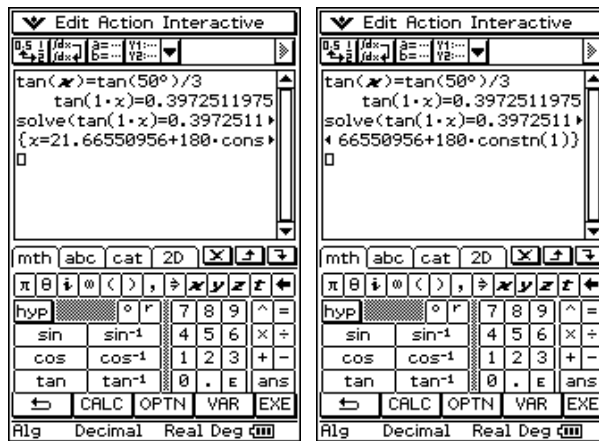
$$\tan x = \frac{h}{3d}$$

Por tanto:  $\tan x = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{d} = \frac{1}{3} \cdot \tan 50^\circ$ .



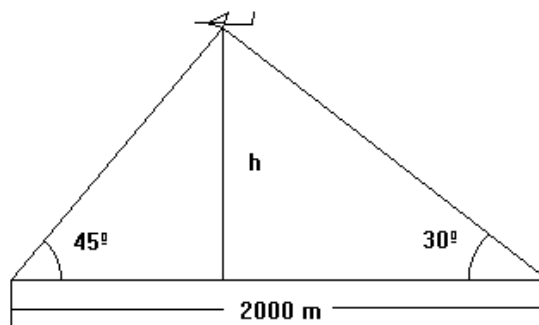
- Toca el icono  para iniciar la aplicación principal.
- Selecciona el comando Edit / Clear All para borrar la pantalla principal. Confirma la operación pulsando [OK].
- Pulsa [KEYBOARD] para que se visualice el teclado virtual.
- Toca la solapa [mth] y el botón [TRIG] para visualizar las funciones trigonométricas.
- Toca los botones [tan] [x] [ ) ] [=] [tan] [5] [0] [°] [ ) ] [=] [3] para introducir la expresión  $\tan(x) = \tan(50^\circ)/3$ .
- Pulsa [EXE] y observa el resultado. Se trata de resolver la ecuación trigonométrica  $\tan(x) = 0.3972511975$ .

- g) Toca la solapa [cat] para abrir el catálogo de funciones. En Form, selecciona Func y, a continuación, toca la letra S. Se muestran en pantalla las funciones cuyo nombre empieza por la letra s.
- h) Selecciona el comando solve( y toca [INPUT]. En la pantalla principal aparecer solve(.
- i) Selecciona con el lápiz táctil la expresión  $\tan(x)=0.3972511975$  y arrástrala a continuación de la expresión solve(. De esta forma aparece en pantalla la expresión  $\text{solve}(\tan(x)=0.3972511975$ .
- j) Toca los botones [,] [x] [)] [EXE] y observa cómo presenta las soluciones la ClassPad..

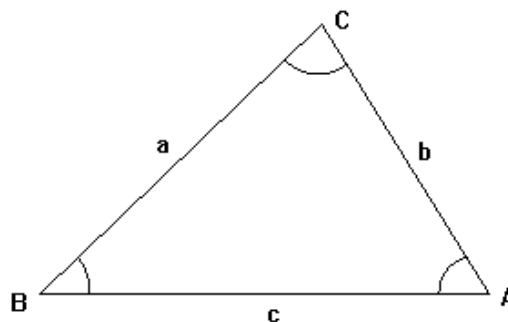


Por tanto, el ángulo buscado mide  $21,66^\circ$ .

- Utiliza un procedimiento similar para resolver los siguientes problemas:
  - a) Halla a qué altura vuela el avión de la siguiente figura:

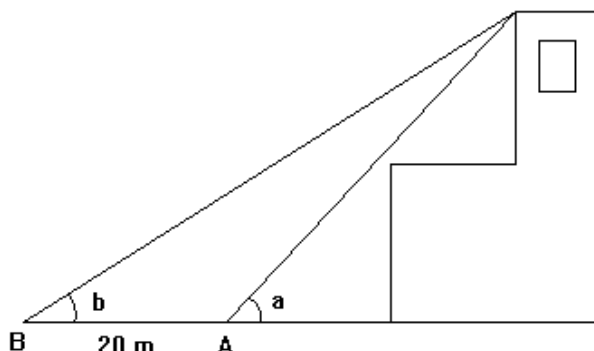


- b) De un triángulo conocemos un lado y los dos ángulos adyacentes al mismo:  $a=7$  cm,  $B= 60^\circ$  y  $C= 45^\circ$ . Halla el resto de elementos.
- c) Resuelve el triángulo de la siguiente figura, siendo  $a=10$  cm,  $b=9$  cm,  $C= 70^\circ$ .



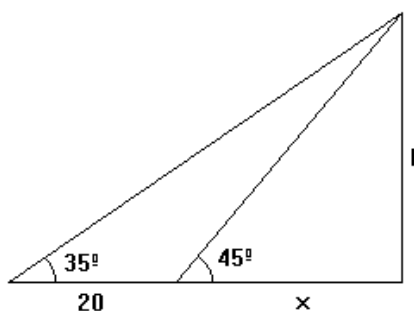
**• PROBLEMAS TOPOGRÁFICOS**

- Con ayuda de un teodolito hemos medido los ángulos a y b de la figura, obteniendo los valores  $a=45^\circ$  y  $b=35^\circ$ . Sabiendo que la distancia entre los puntos A y B es de 20 m, calcula la altura del edificio.




Si h es la altura del edificio y x es la distancia del punto A al pie de la vertical que pasa por el punto de referencia del teodolito, se cumple:

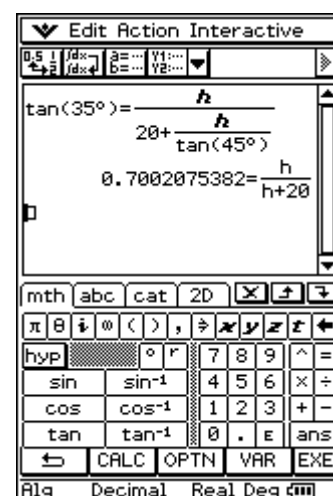
$$\left. \begin{aligned} \tan 45^\circ &= \frac{h}{x} \\ \tan 35^\circ &= \frac{h}{20+x} \end{aligned} \right\}$$



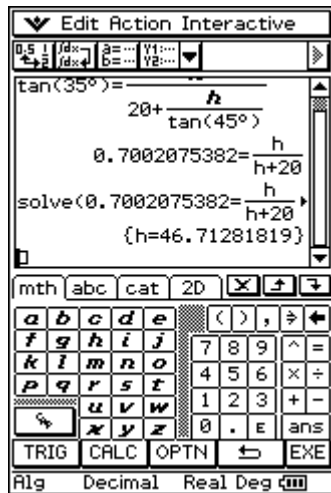
De la primera ecuación, deducimos:  $x = \frac{h}{\tan 45^\circ}$ . Sustituyendo en la segunda ecuación, obtenemos:

$$\tan 35^\circ = \frac{h}{20 + \frac{h}{\tan 45^\circ}}. \text{ Utilizamos la ClassPad para resolver esta ecuación}$$

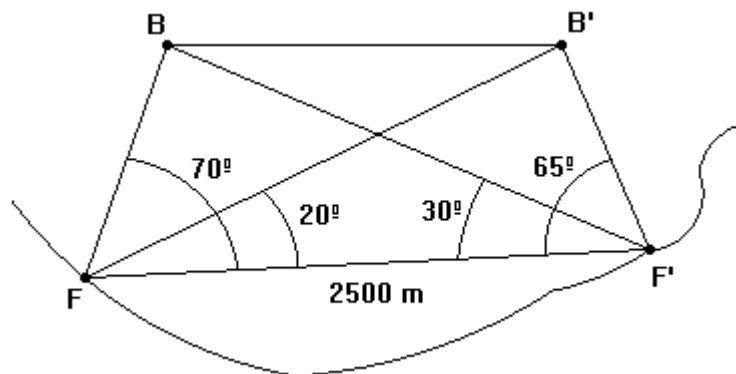
- Toca el icono  para iniciar la aplicación principal.
- Selecciona el comando Edit / Clear All para borrar la pantalla principal. Confirma la operación pulsando [OK]. Pulsa [KEYBOARD] para que se visualice el teclado virtual.
- Toca la solapa [mth] y el botón [TRIG] para visualizar las funciones trigonométricas.
- Con ayuda del teclado de trigonometría, introduce la ecuación en la pantalla y pulsa [EXE]. Se muestra una pantalla como la siguiente:
- Toca la solapa [cat] para abrir el catálogo de funciones. En Form, selecciona Func y, a continuación, toca la letra S. Se muestran en pantalla las funciones cuyo nombre empieza por la letra s.
- Selecciona el comando solve( y toca [INPUT]. En la pantalla principal aparecer solve(.



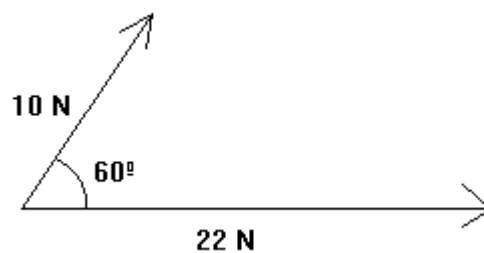
- h) Selecciona con el lápiz táctil la expresión  $0.7002075382 = \frac{h}{h+20}$  y arrástrala a continuación de la expresión solve(. De esta forma aparece en pantalla la expresión  $\text{solve}(0.7002075382 = \frac{h}{h+20}$ .
- i) Toca los botones [,] [h] [)] [EXE] y observa cómo presenta la solución la ClassPad.



- Utiliza un procedimiento similar para resolver los siguientes problemas:
  - Halla la distancia que separa los dos barcos B y B' teniendo en cuenta que la distancia entre los dos faros F y F' es de 2500 m y conociendo los ángulos de la siguiente figura:





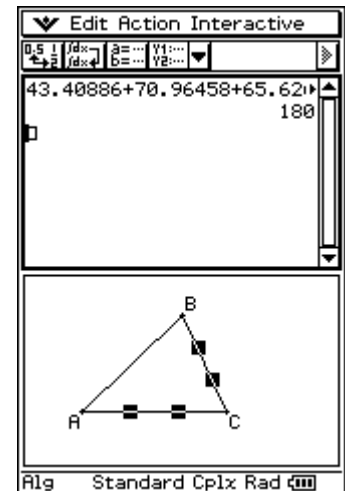
- Halla el valor de la resultante de las dos fuerzas de la siguiente figura:



### 4. Actividades

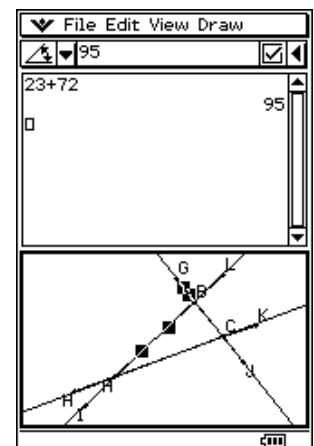
1) ¿Cuánto suman los ángulos de un triángulo?. Sigue los siguientes pasos:

- Abre la ventana de Geometría y dibuja un triángulo cualquiera. Selecciona los lados AB y AC y toca el botón [▶] para ver el cuadro de medidas. Observa el valor del ángulo A en grados.
- Selecciona dicho valor, elige el comando Edit /Copy y abre la aplicación principal, tocando el icono . Elige el comando Edit /Paste y pulsa la tecla [+]. En la ventana de la aplicación principal, toca el botón  y aparecerá la pantalla dividida.
- Repite los pasos análogos para medir y copiar a la pantalla principal los ángulos B y C. En la ventana principal, pulsa la tecla [EXE] para calcular la suma de los tres ángulos.
- Observa el resultado. Comprueba que este resultado se mantiene si dibujamos otro triángulo diferente.

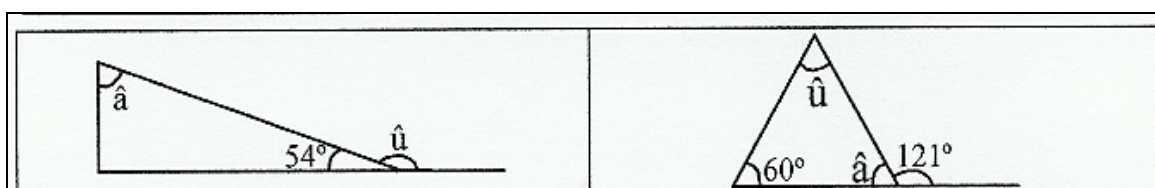


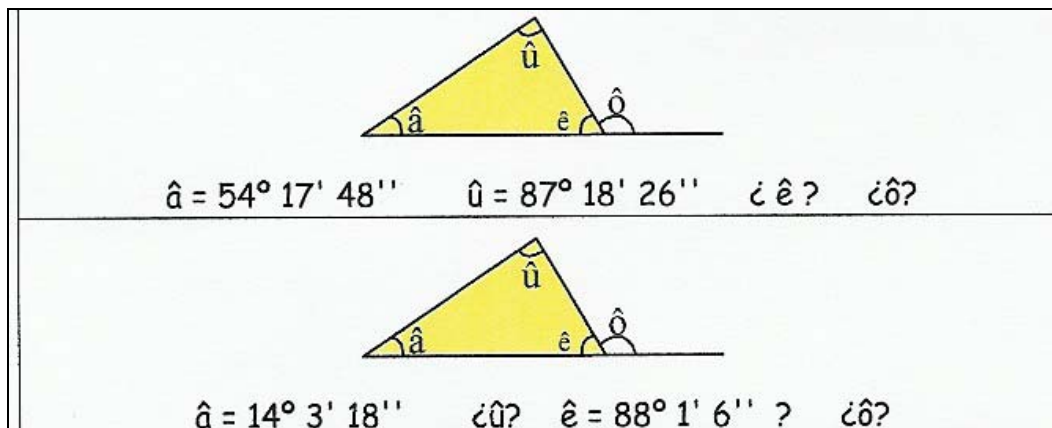
2) Dibuja un triángulo sabiendo que sus ángulos miden 72°, 85° y 23°. ¿Cuánto mide cada uno de los 3 ángulos exteriores?. Sigue estos pasos:

- Dibuja un triángulo cualquiera. Selecciona los lados AB y AC y toca el botón [▶] para ver el cuadro de medidas. En el cuadro de medidas teclea 72 y pulsa [EXE] para fijar el ángulo A.
- Selecciona los lados AB y BC y repite el paso anterior para fijar el ángulo B=85°. Selecciona los lados AC y BC y comprueba en el cuadro de medidas que C=23°.
- Utilizando la herramienta Recta, dibuja la recta que pasa por los vértices A y B. Lo mismo para las rectas que pasan por los vértices A y C y para la que pasa por los vértices B y C.
- Dibuja un punto sobre cada una de las rectas anteriores, situado al otro lado del triángulo. De esta forma obtienes los puntos G, H, I, J, K, L.
- Selecciona los segmentos BG y AB y observa en el cuadro de medidas el valor del ángulo exterior en B. Repite los mismos pasos para observar la medida de los ángulos exteriores en los vértices A y C.
- En la ventana principal, comprueba que los ángulos exteriores valen:  $23^\circ+72^\circ=95^\circ$ ,  $23^\circ+85^\circ=108^\circ$  y  $85^\circ+72^\circ=157^\circ$ . ¿Es cierta esta propiedad para cualquier triángulo?

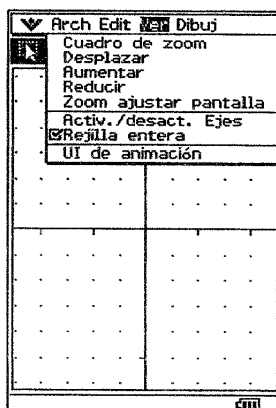


3) Utilizando el cuadro de medidas de la ClassPad, calcula en los siguientes triángulos lo que mide el ángulo señalado:

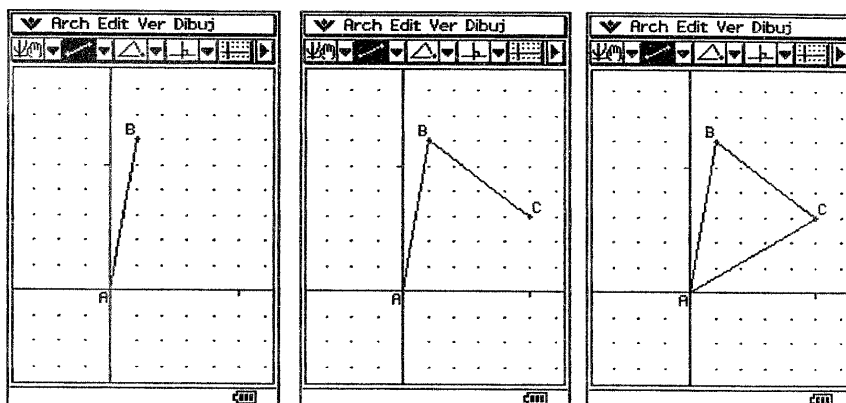




- 4) Uno de los ángulos desiguales exteriores de un triángulo isósceles mide  $98^\circ$ . Halla el valor de todos los ángulos interiores y exteriores.
- 5) Dibuja triángulos que cumplan las siguientes condiciones: a) rectángulo y escaleno; b) rectángulo e isósceles; c) obtusángulo y escaleno; d) obtusángulo e isósceles.
- 6) Halla el baricentro del triángulo cuyos vértices son  $(0, 0)$ ,  $(1, 6)$  y  $(5, 3)$ . Sigue los siguientes pasos:
  - Abre la ventana de Geometría y visualízala en el formato de rejilla entera.

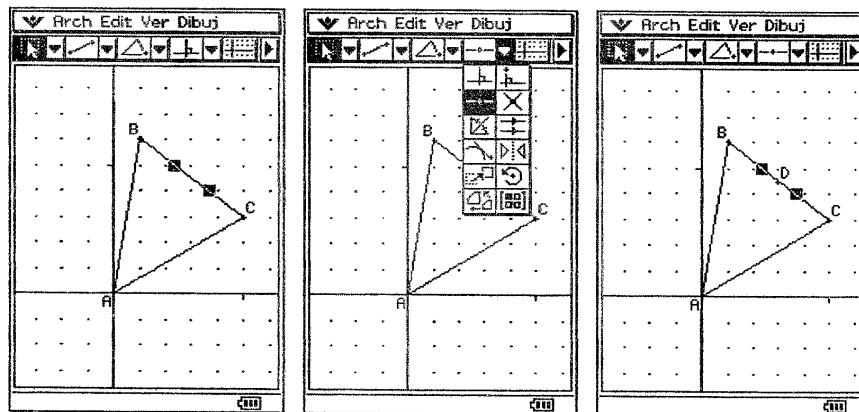


- Con la herramienta Segmento, dibuja un segmento de extremos  $(0, 0)$  y  $(1, 6)$ . Para ello, toca el origen de coordenadas y luego el punto de coordenadas  $(1, 6)$ .
- Utilizando la herramienta Segmento, dibuja el triángulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 6)$  y  $(5, 3)$ .

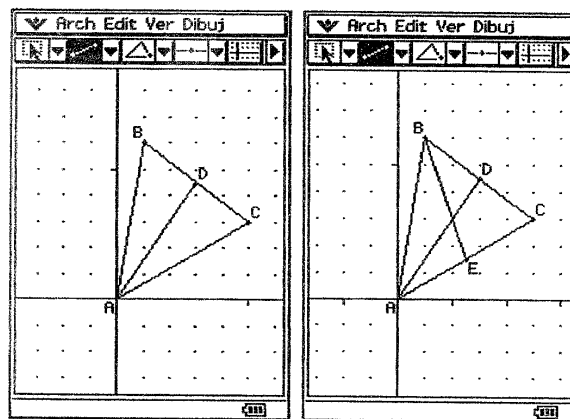




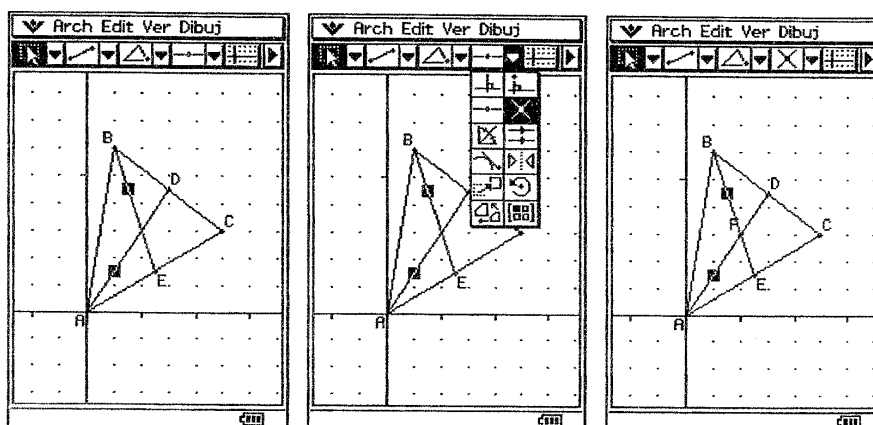
- Construye la mediana entre A y BC. Para ello, obtén primero el punto medio D del segmento BC, seleccionando el segmento y tocando el botón punto medio. A continuación, dibuja un segmento desde A hasta el punto D. Este segmento es la mediana.



- Repite el mismo proceso para construir la mediana entre B y el lado AC.

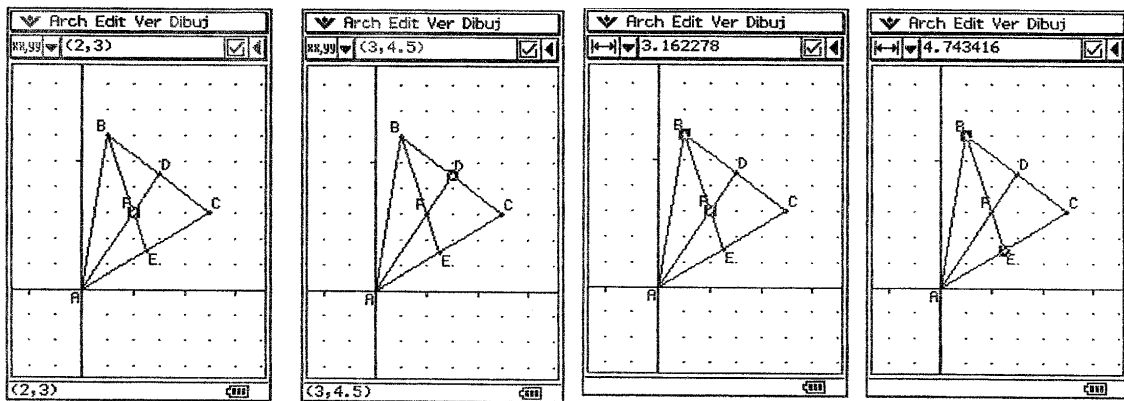


- Halla el punto de intersección de las dos medianas, seleccionando los segmentos y haciendo clic en el botón Intersección. El punto F de corte es el baricentro.

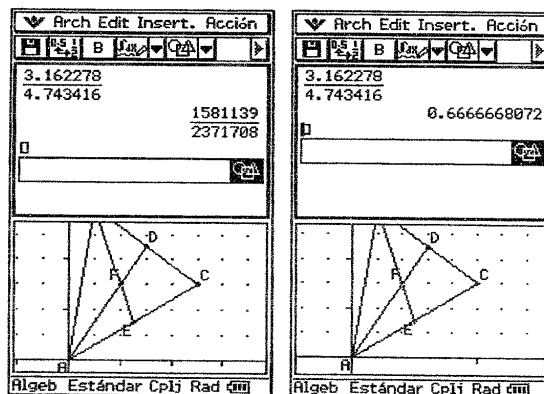


7) Comprueba en el triángulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 6)$  y  $(5, 3)$  que la distancia del vértice al baricentro es igual a los  $\frac{2}{3}$  de la mediana.

- Halla las coordenadas del baricentro F, seleccionando el punto y abriendo el cuadro de diálogo de medidas tocando el botón [↵]. Comprueba que las coordenadas de F son  $(2, 3)$ . Selecciona el punto D y comprueba que sus coordenadas son  $(3, 4.5)$ . Compara las distancias AF y AD.

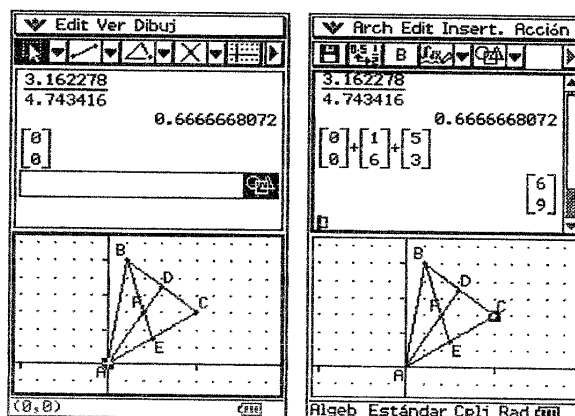


- Selecciona los puntos B y F y aparecerá la distancia BF en el cuadro de medidas. Selecciona los puntos B y E y observa la distancia BE en el cuadro de medidas. Averigua la relación entre dichas distancias y exprésala en forma decimal en la ventana Principal, tocando el botón  $\frac{B}{E}$ . Observa que  $BF/BE = 2/3 = 0.6666667$ .

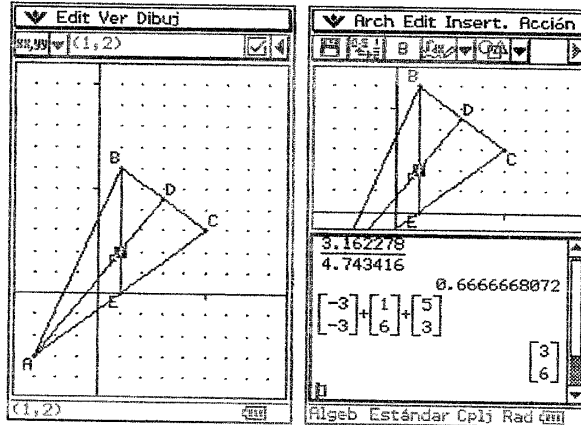


8) Comprueba en el triángulo de vértices (0, 0), (1, 6) y (5, 3) que las coordenadas del baricentro son media aritmética de las coordenadas de los tres vértices.

- Inicia la aplicación eActivity y crea una tira de Geometría.
- Arrastra el vértice A a una línea matemática de la ventana eActivity y comprueba que sus coordenadas se expresan mediante el vector  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .
- Arrastra cada uno de los vértices A, B y C a una línea matemática de la ventana eActivity y suma los tres vectores. Observa que esta suma es el triple del vector de coordenadas del baricentro F.

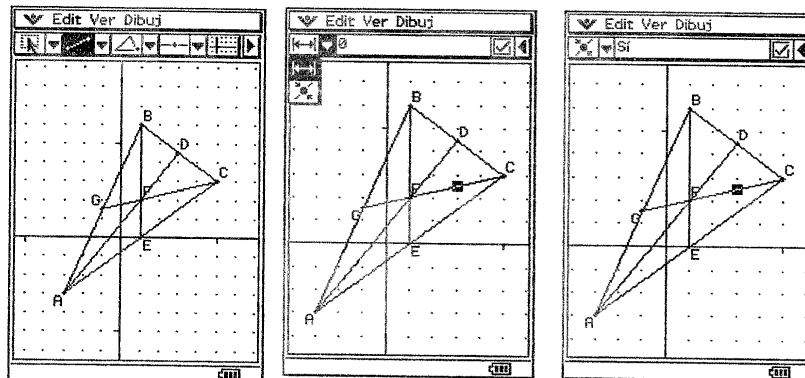


- Arrastra el punto A al punto de coordenadas (-3, -3). ¿Dónde está F ahora?. ¿Todavía se mantiene la relación anterior?.

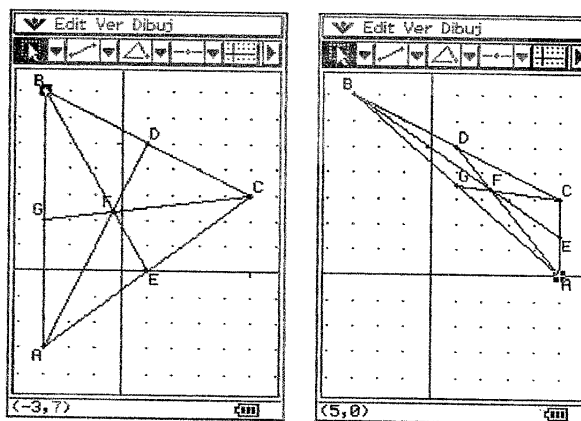


9) Comprueba que las tres medianas de un triángulo se cortan en el baricentro.

- En el triángulo ABC anterior, dibuja la mediana desde C al punto medio de AB, seleccionando AB, hallando su punto medio y dibujando un segmento desde el punto medio hasta C.
- Observa que la nueva mediana parece pasar por el baricentro F. ¿Será cierto?. Para comprobarlo, selecciona simultáneamente el punto F y la nueva mediana y observa que en el cuadro de medidas aparece 0. Esto indica que la distancia del punto F a la mediana es 0. Por tanto, la mediana pasa por el baricentro.

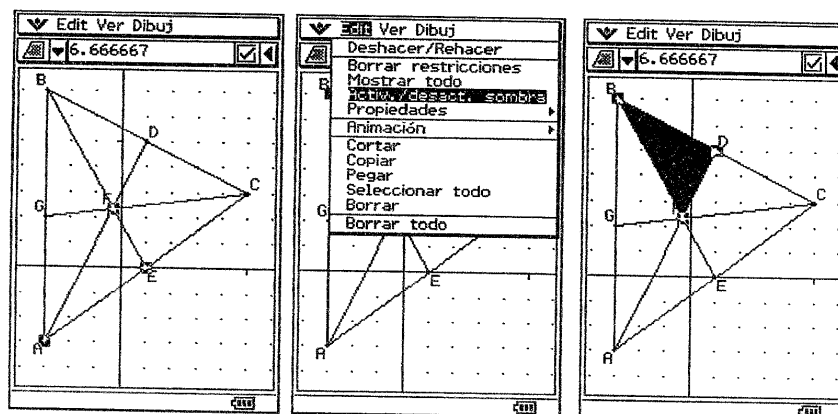


- Arrastra los vértices del triángulo ABC a otras posiciones y observa cómo se cortan siempre en el baricentro.



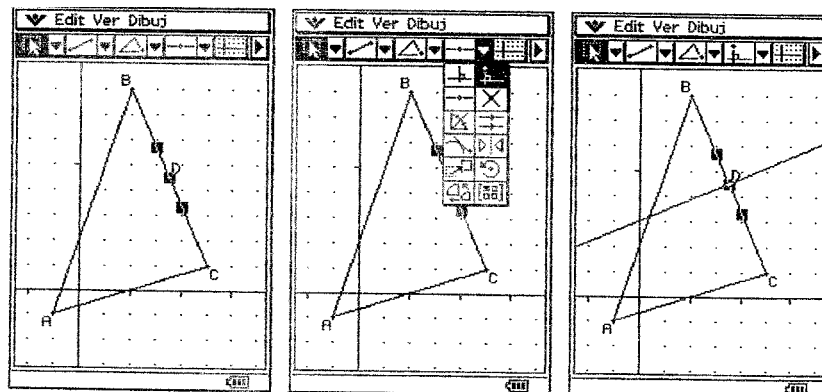
10) Al trazar las tres medianas de un triángulo, éste queda dividido en 6 triángulos. Compara las áreas de estos triángulos con el área del triángulo original.

- Selecciona simultáneamente los puntos B, D y F del triángulo anterior (es decir, un vértice, el punto medio de un lado y el baricentro). Elige el comando Edit / Activ. / desact. Sombra. Observa que se sombrea el triángulo BDF.
- En el botón existente junto al cuadro de medidas, elige Área y observa que en el cuadro de medidas aparece el área del triángulo BDF.
- Selecciona los vértices A, B y C de triángulo y observa su área en el cuadro de medidas. Compara las áreas de los triángulos BDF y ABC.
- Compara de la misma forma las áreas de los otros triángulos con la del triángulo ABC.

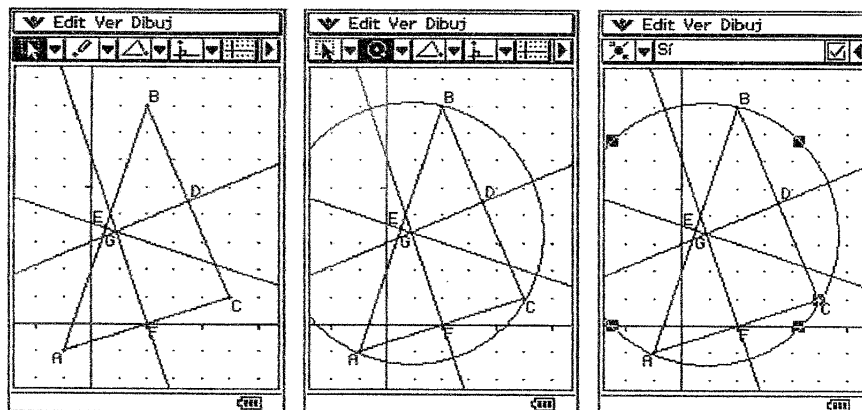


11) Dibuja el circuncentro del triángulo de vértices  $(-1, -1)$ ,  $(2, 8)$  y  $(5, 1)$  y la circunferencia circunscrita.

- Para construir una bisectriz, halla primero el punto medio del lado y seleccionar dicho punto medio junto con el lado mismo y usa la herramienta Perpendicular.

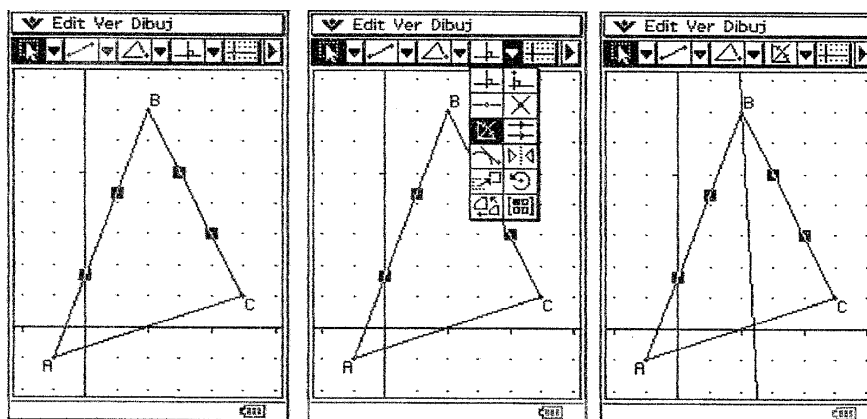


- Una vez obtenido el circuncentro G como intersección de las bisectrices, dibuja una circunferencia de centro G que pase por uno de los vértices del triángulo. Esta circunferencia es la circunscrita.
- Observa que la circunferencia circunscrita pasa por los tres vértices. Compruébalo con el cuadro de medidas.

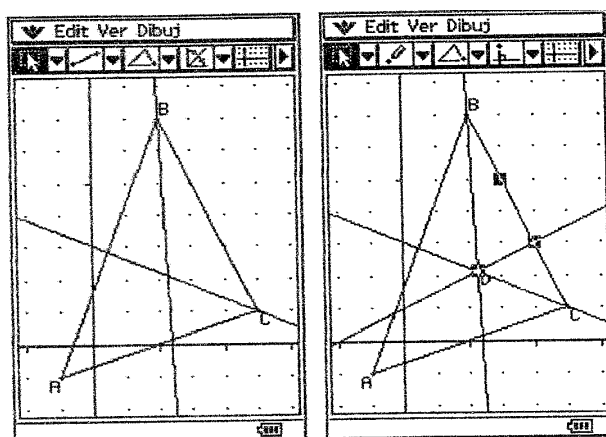


12) Dibuja el incentro del triángulo de vértices  $(-1, -1)$ ,  $(2, 8)$  y  $(5, 1)$  y la circunferencia inscrita.

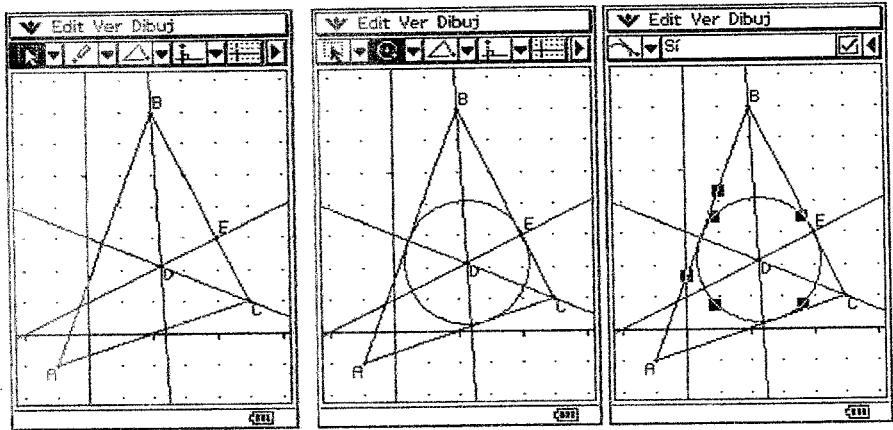
- Para construir la bisectriz de un ángulo, selecciona el par de lados y haz clic en el botón Bisectriz de ángulo de la lista desplegable Construcción.



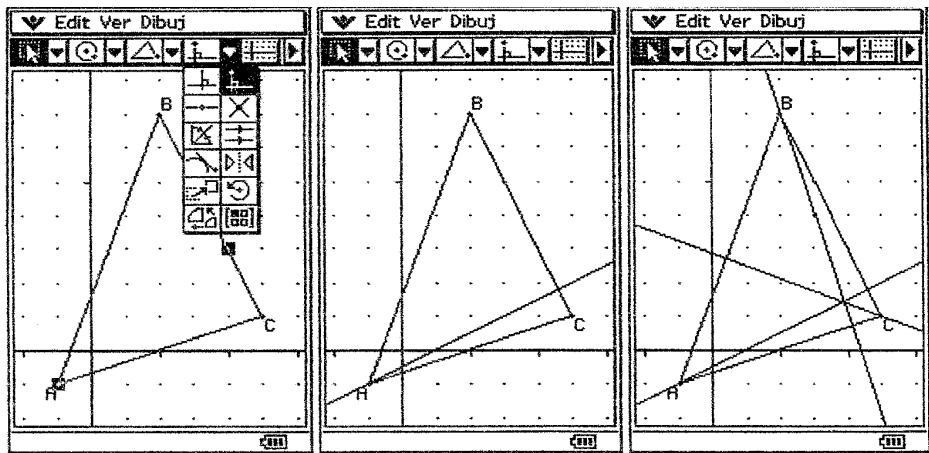
- Una vez obtenida la intersección de las bisectrices (incentro  $O$ ), dibuja una recta perpendicular a un lado que pase por el incentro.



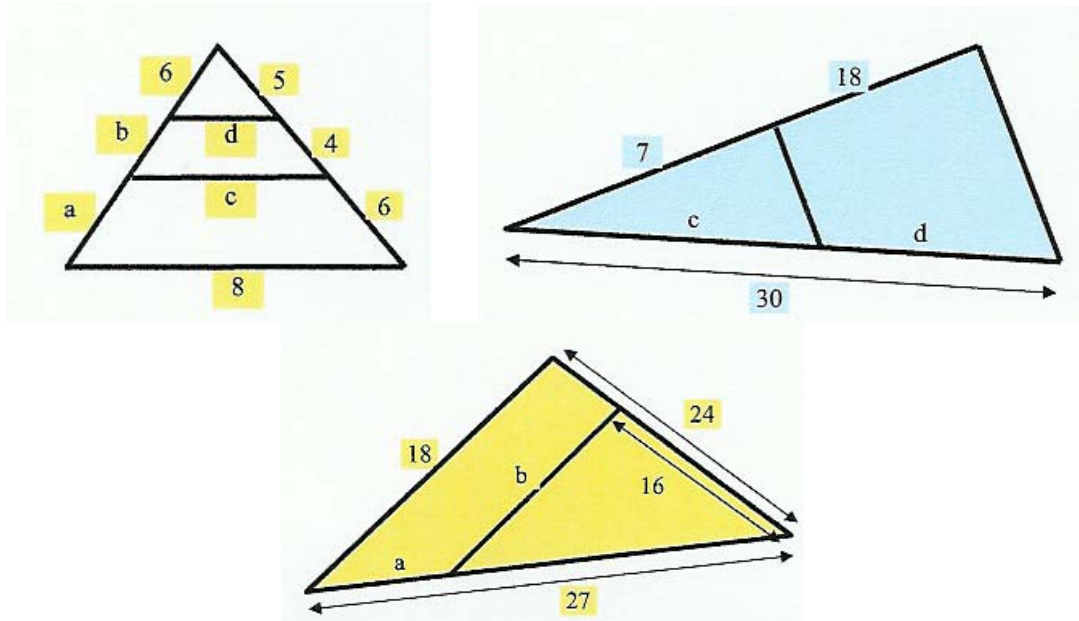
- Halla el punto de corte de la perpendicular con el lado correspondiente y dibuja una circunferencia de centro  $O$  que pase por dicho punto. Ésta es la circunferencia inscrita.
- Observa que la circunferencia inscrita es tangente a los tres lados. Compruébalo seleccionando un lado y el círculo y observando la opción tangente del cuadro de medidas.



13) Dibuja el ortocentro del triángulo de vértices  $A(-1, -1)$ ,  $B(2, 8)$  y  $C(5, 1)$ . Para construir la altura de un triángulo, selecciona el vértice y el lado opuesto y usa la herramienta Perpendicular.

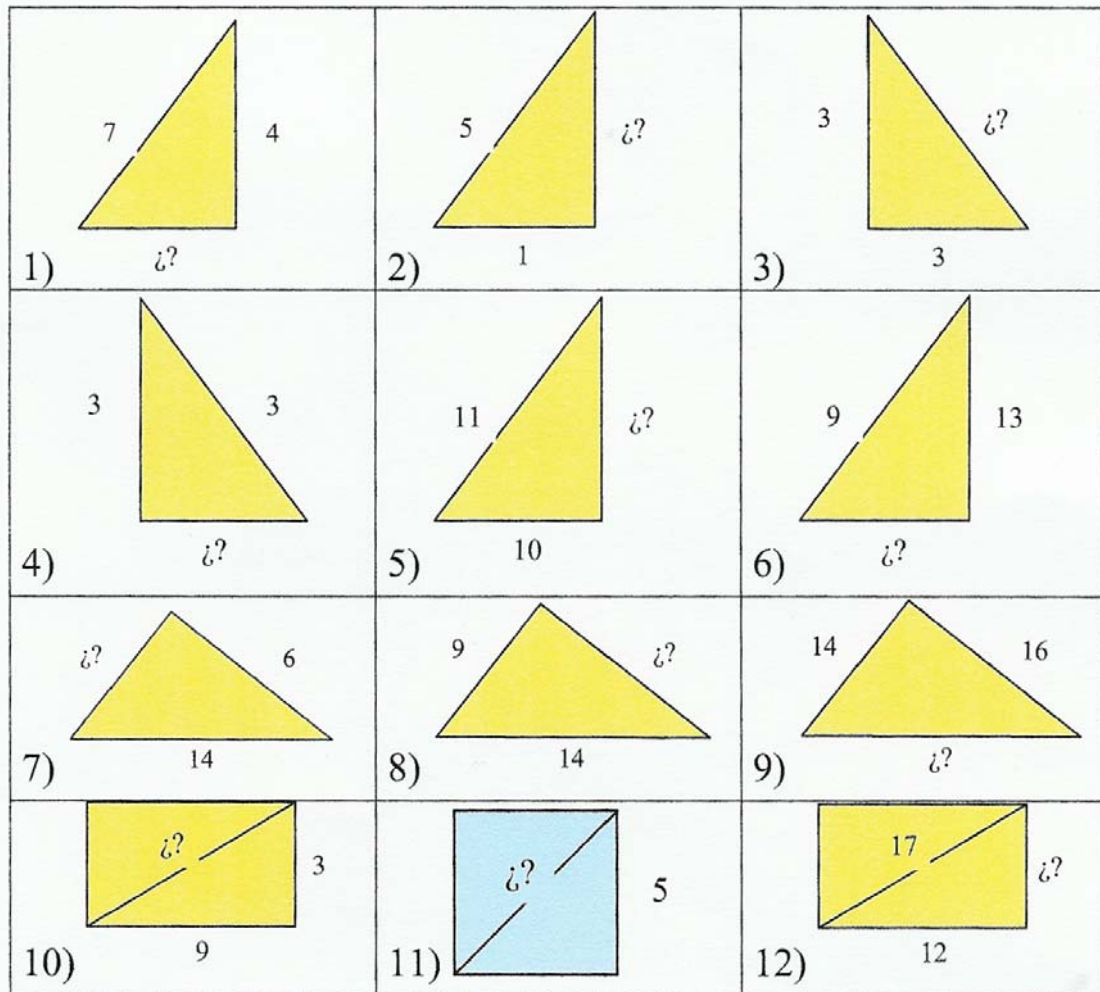


14) Averigua el valor de las letras en las siguientes figuras:



15) En estos momentos la sombra de Mireia es de 0,18 metros y la de una torre es de 12,5 metros. Si Mireia mide 1,82 metros de alta, ¿cuál es la altura de la torre?

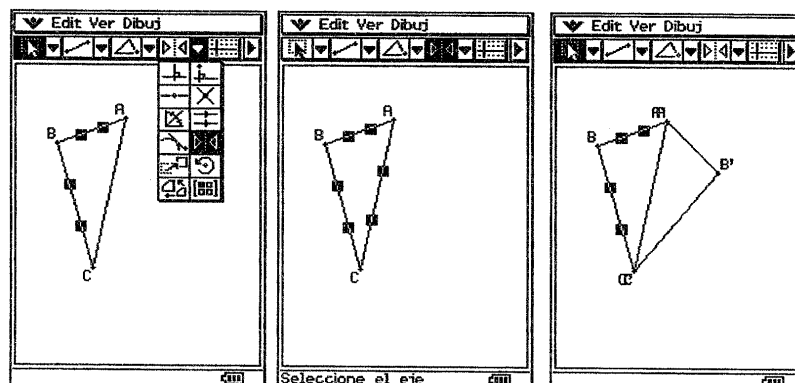
16) Calcula el lado que lleva la interrogación en cada uno de los siguientes triángulo rectángulos, aproximando hasta las centésimas. ¿Es cierto en cada caso que  $h^2 = a^2 + b^2$ , siendo h=hipotenusa, a y b catetos?



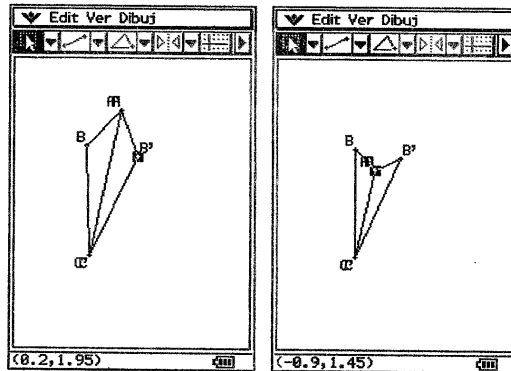
17) Dibuja un polígono cualquiera, señala sus ángulos interiores y determina cuánto vale su suma.

18) Utilizando las herramientas de transformación de la Classpad, construye una cometa. Para ello, puedes dibujar un triángulo y reflejarlo por uno de sus lados:

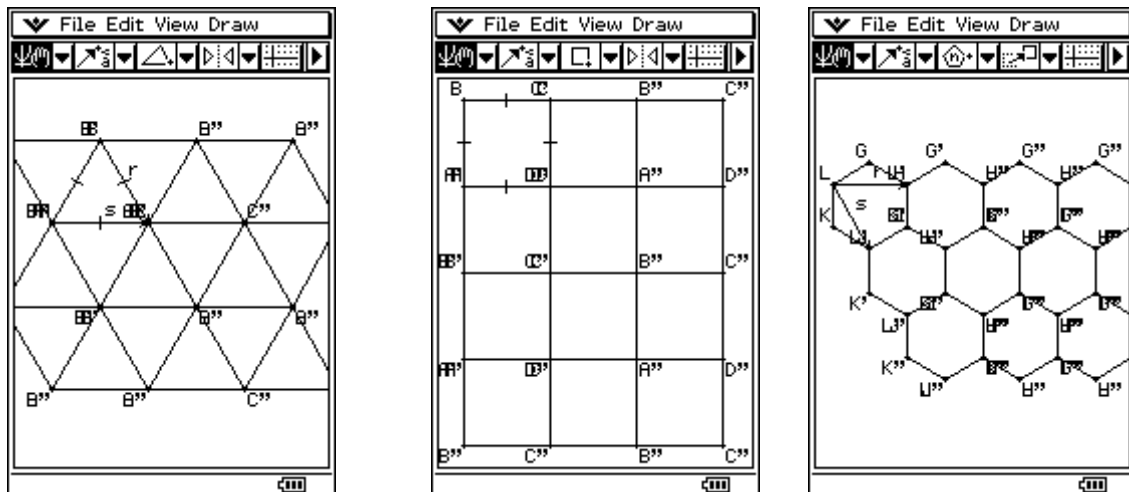
- Dibuja el triángulo y luego selecciona dos de sus lados. Selecciona la herramienta Simetría y elige el tercer lado como eje de simetría.



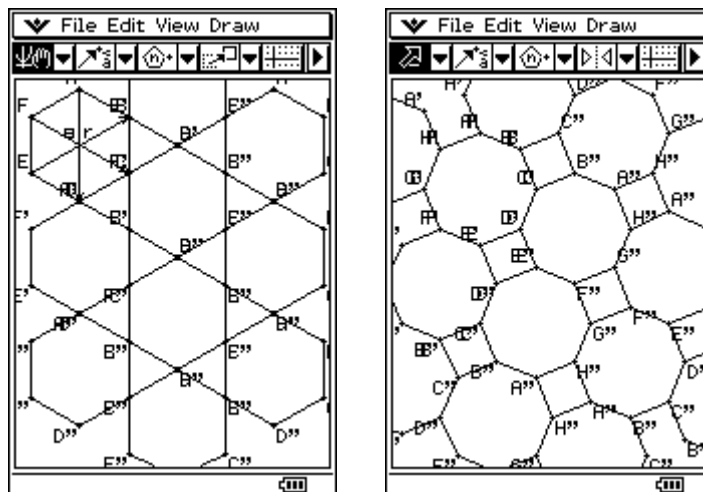
- Arrastra los vértices de la figura y descubrirás la propiedad fundamental de la cometa.



- 19) Utilizando las herramientas de transformación de la Classpad, busca los ejes y centros de simetría (si tienen) de las siguientes figuras: triángulo equilátero, rombo, rectángulo, cuadrado, pentágono regular, elipse.
- 20) Utilizando las herramientas de traslación, simetría y giro de la Classpad, dibuja los tres mosaicos regulares que existen, formados por triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares.



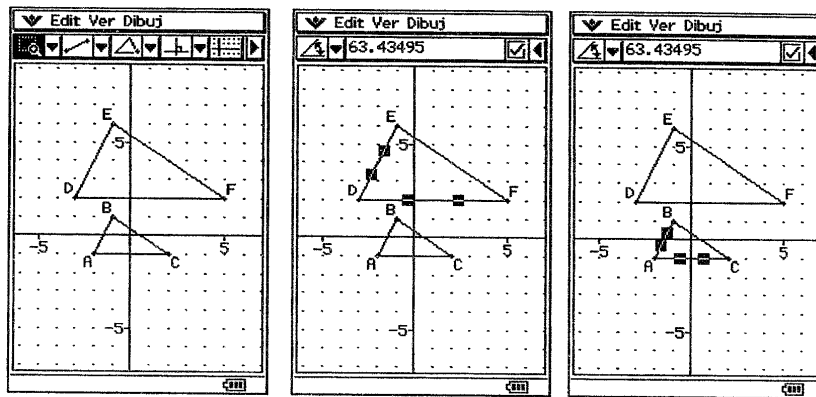
- 21) Utilizando las herramientas traslación, giro y simetría de la ClassPad, dibuja algunos mosaicos semiregulares.



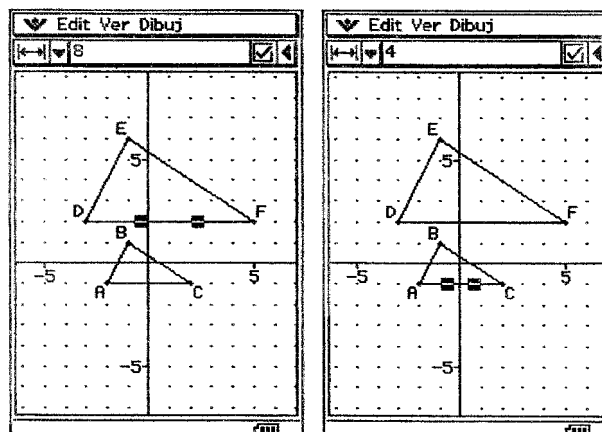


22) El triángulo ABC tiene como vértices los puntos  $(-2, -1)$ ,  $(-1, 1)$  y  $(2, -1)$ . El triángulo DEF tiene como vértices los puntos  $(3, 2)$ ,  $(-1, 6)$  y  $(5, 2)$ . Demuestra que ambos triángulos son semejantes y halla una transformación que convierta el triángulo ABC en el DEF.

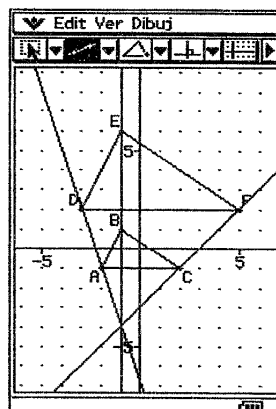
- Con la rejilla entera activada, una forma de demostrar la semejanza de dichos triángulos es comprobando que tienen los mismos ángulos. Mide un ángulo seleccionando sus dos lados y viendo el ángulo en el cuadro de medidas.



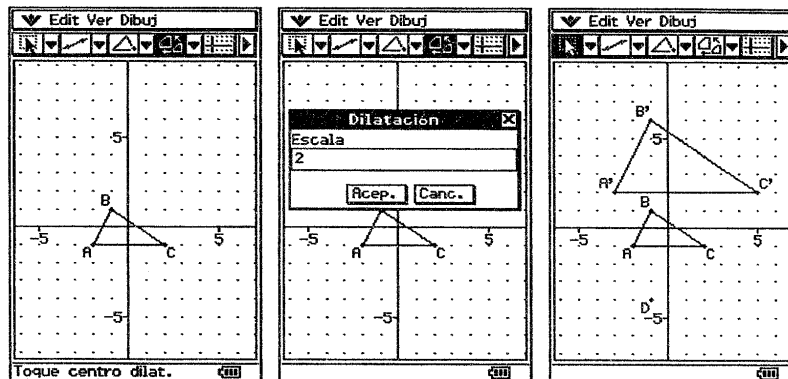
- También puedes demostrar la semejanza de los triángulos viendo la relación de longitudes de los lados homólogos. Selecciona un lado y muestra su longitud en el cuadro de medidas. Selecciona el lado homólogo y observa su longitud en el cuadro de medidas. Comprueba que la relación de longitudes es 2. Haz lo mismo con los otros lados.



- La transformación que convierte ABC en DEF es una dilatación u homotecia de razón 2. El centro de homotecia es el punto de intersección de las rectas AD, BE y CF. Dibuja dichas rectas y comprueban que se cortan en el punto  $(-1, -4)$ .

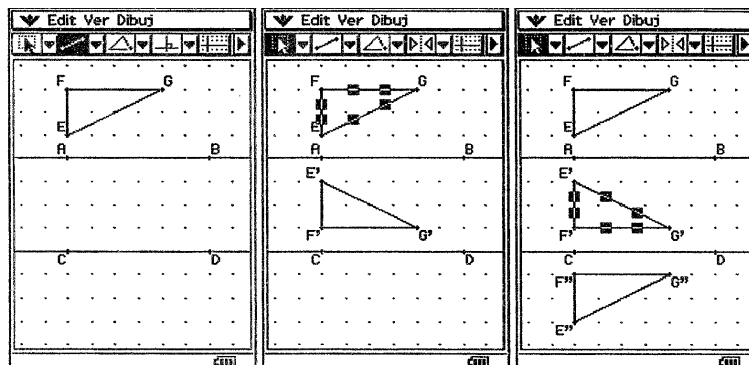


- Borra todos los elementos de la pantalla, salvo el triángulo original ABC. Toca el botón Dilatación y en la siguiente ventana indica el centro tocando con el lápiz el punto  $(-1, -4)$ . Introduce como factor de escala 2. Comprueba que el resultado coincide con el triángulo DEF.

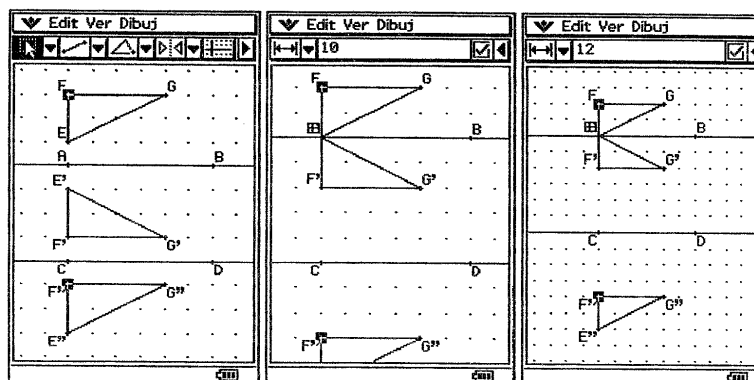


23) Demuestra que la composición de dos simetrías de ejes paralelos es una traslación e indica sus características (dirección, vector de traslación).

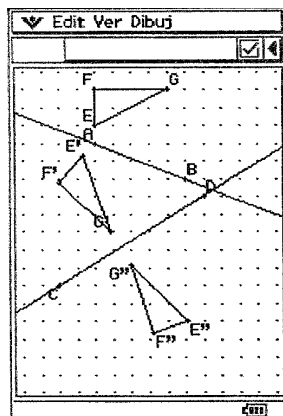
- Con el formato de rejilla entera activado, dibuja dos rectas paralelas, AB y CD, y un triángulo rectángulo EFG.
- Dibuja el simétrico del triángulo EFG respecto de la recta AB. Después, dibuja el simétrico del triángulo obtenido respecto de la recta CD.



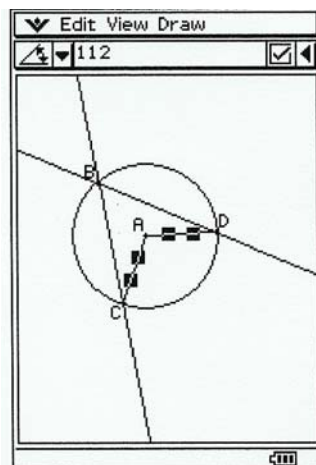
- Comprueba que la nueva imagen obtenida se puede hallar por medio de una traslación de vector perpendicular a los ejes de simetría, de módulo igual al doble de la distancia entre dichos ejes. Para ello comprueba que la distancia entre F y F'' es el doble de la distancia entre los ejes y que el ángulo formado por el vector EE'' y los ejes es de 90 grados.
- Arrastra las rectas paralelas y comprueba que se sigue cumpliendo la propiedad anterior.



24) Demuestra que la composición de dos simetrías de ejes secantes es un giro e indica sus características (centro y ángulo de giro).

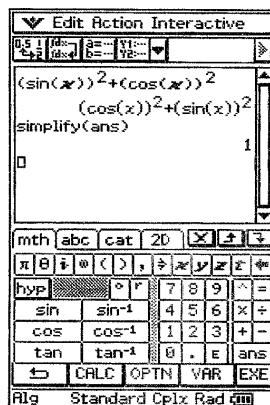


25) Con los datos que aparecen en la siguiente pantalla, averigua el valor teórico del ángulo CBA. Después compruébalo con el cuadro de medidas de la calculadora.

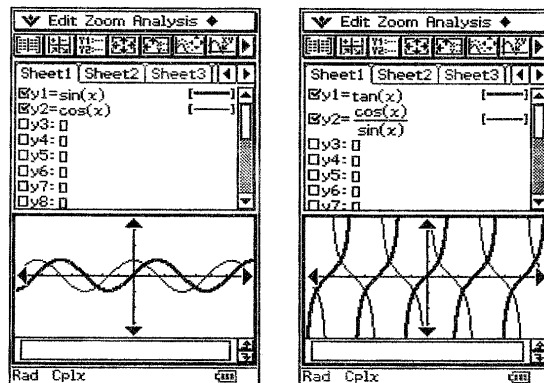


26) Comprueba con la Classpad algunas fórmulas trigonométricas:

a)  $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$ ,      b)  $1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2}$



27) Dibuja las gráficas de las funciones trigonométricas:  $y = \sin(x)$ ,  $y = \cos(x)$ ,  $y = \tan(x)$ ,  $y = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ .



28) Representa gráficamente las funciones  $Y_1 = 8 \cdot \sin x$  e  $Y_2 = 8 \cdot \cos x$ , utilizando trazos de distintos grosor.

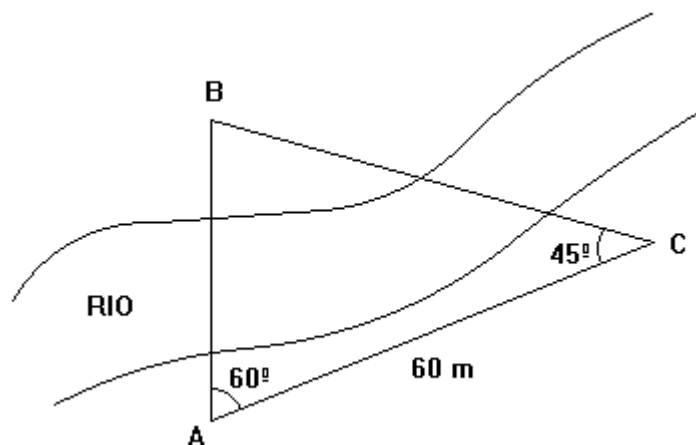
29) Representa gráficamente las funciones  $y = 2 \sin x$ ,  $y = 4 \sin x$ ,  $y = 6 \sin x$ .

30) Representa gráficamente las funciones  $y = \sin x$ ,  $y = \sin 2x$ ,  $y = \sin 3x$ .

31) Representa gráficamente las funciones  $y = 2 \sin x$ ,  $y = 4 \sin(2x)$ ,  $y = 6 \sin(3x)$ .

32) La resultante de dos fuerzas de 20 y 35 Nw vale 18 Nw. Halla el ángulo que forman dichas fuerzas.

33) Con los datos de la siguiente figura, calcula la distancia que separa al punto A del punto B.



34) En la figura anterior considera un nuevo punto D, situado en la misma orilla que B. Suponiendo que  $\angle DAC = 30^\circ$  y  $\angle DCA = 100^\circ$ , calcula la distancia que separa a los puntos B y D.