TEMA 2 Algebra de matrices

1. Operaciones con matrices.

Calcula la matriz** $M = P^2 - 3P - 2I$ **siendo** I **la matriz identidad de orden 2 y $P = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

La resolución del ejercicio es la siguiente:

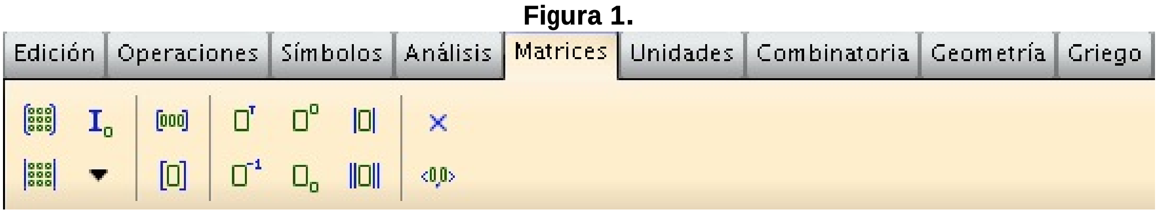
$$\left.\begin{array}{r} P^2 = P \cdot P = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \\ 3P = 3 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \\ 2I = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \begin{array}{l} M = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ M = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ -6 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

Para trabajar con matrices, primero debemos aprender a escribirlas. Una vez que lo sepamos hacer, ya podremos trabajar con ellas, independientemente del número de filas y columnas o de las operaciones que queramos hacer:

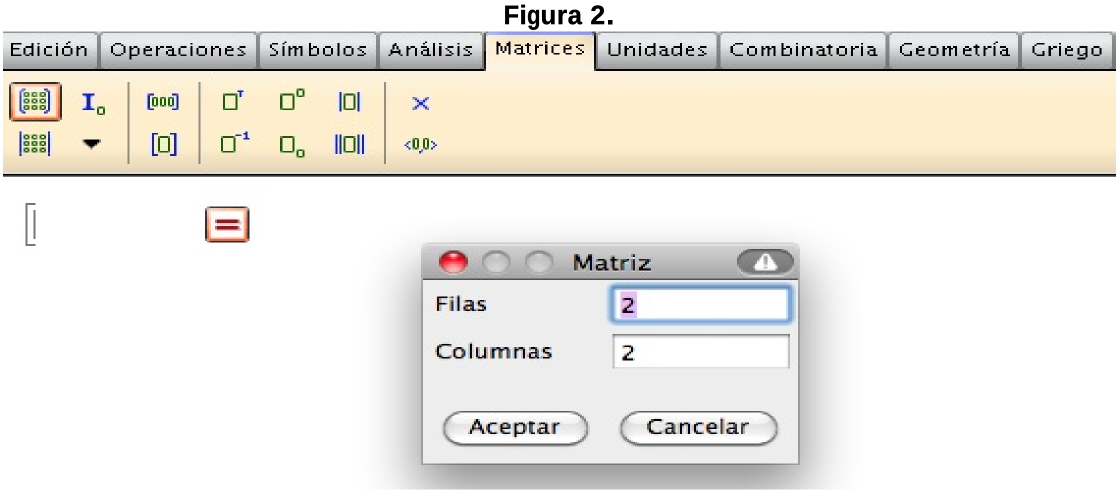
1. Escogemos la pestaña de Matrices en el menú superior:

Figura 1.



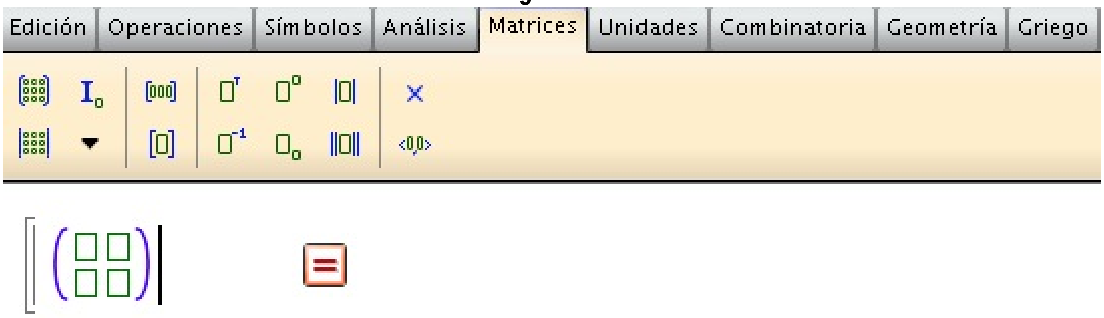
2. Pinchamos sobre el icono correspondiente a matrices y nos saldrá una pequeña ventana en la que escribiremos el número de filas y columnas que deseamos. En este caso escogeremos una de 2x2:

Figura 2.



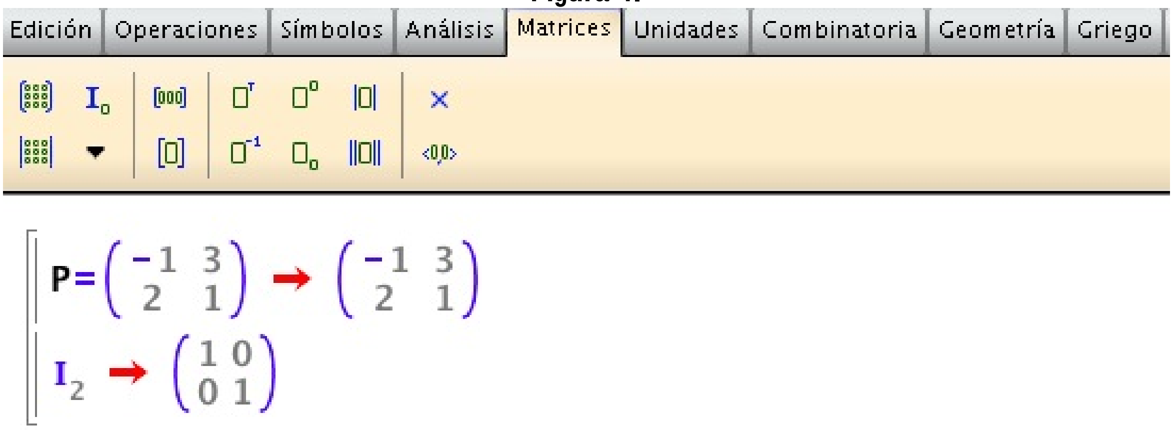
3. Aceptamos y obtendremos la matriz preparada para escribir los dígitos en ella:

Figura 3.



A continuación lo que debemos hacer en este apartado es escribir la matriz P y la Identidad de la siguiente manera:

Figura 4.

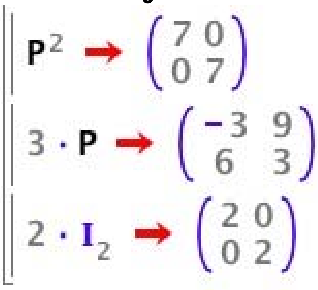


Para escribir la matriz identidad, pulsamos el icono en el que vemos una I con un cuadrado en el subíndice. En este cuadrado escribimos el tamaño de la matriz, que en este caso es 2. Cuando pulsemos igual, obtendremos ya la matriz identidad de tamaño 2x2.

Debemos dejar claro, que para la realización de este ejercicio, como nos vamos a remitir a estas matrices para operar con ellas sólo poniendo su nombre, debemos pinchar al final de cada línea y pulsar el botón de ‘intro’ para indicar que estamos dentro del mismo ejercicio.

Simplemente para comprobar que nuestros cálculos son correctos (ya que con WIRIS no necesitamos hacerlo paso por paso), calcularemos P2, 3·P y 2·I.

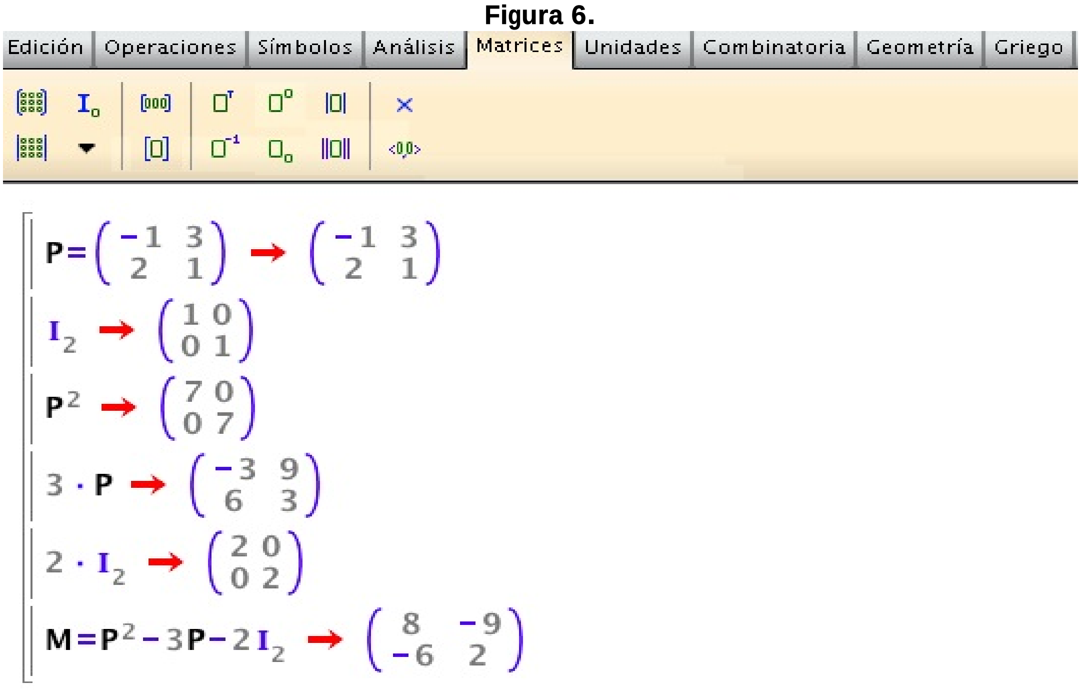
Figura 5.



Para escribir P^2, escribimos P y pulsamos el icono que está representado por un rectángulo con otro pequeño en el superíndice. Para asegurarnos, si ponemos nos ponemos encima con el ratón pero no pinchamos, nos saldrá un letrero azul que nos indica que es el botón para poner una potencia. Una vez lo hayamos pinchado, nos aparecerá sobre la P un cuadrado en el que, en este caso escribiremos un 2. Asimismo, para las multiplicaciones como 3 · P, deberemos usar el asterisco (*).

En último lugar, escribimos la ecuación que queremos calcular, y al pulsar igual, obtendremos la matriz M:

Figura 6.



Como ya hemos aclarado, podríamos haber resuelto el ejercicio sin realizar el segundo paso.

Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

2. Ecuación matricial.

Determina la matriz X que verifica: $AXA - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ***siendo:*** $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ ***y*** $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Hallamos la matriz inversa de A, A^{-1}, que debe cumplir $A \cdot A^{-1} = I$:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} 3a + c = 1 \\ -2a - c = 0 \end{cases} \begin{cases} 3b + d = 0 \\ -2b - d = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 1 \\ c = -2 \\ b = 1 \\ d = -3 \end{matrix} \qquad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$$

Despejamos X pasando B al segundo miembro y multiplicando por la derecha y por la izquierda por A^{-1}:

$$AXA = B \longrightarrow A^{-1}AXAA^{-1} = A^{-1}BA^{-1} \longrightarrow IXI = A^{-1}BA^{-1} \longrightarrow X = A^{-1}BA^{-1}$$

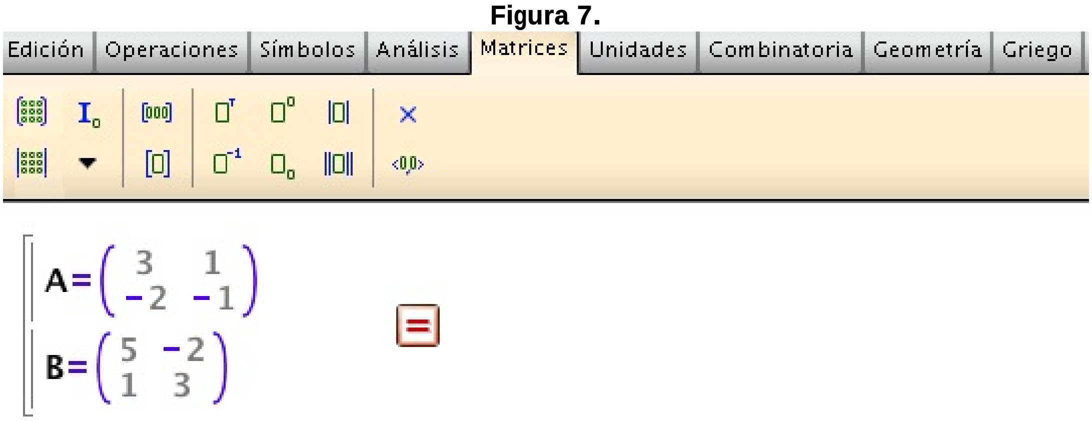
Por tanto: $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -13 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

Comprobamos que la matriz X cumple $AXA - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

1. Lo primero que debemos hacer, igual que en el ejercicio anterior, es escribir las matrices con las que vamos a trabajar:

Figura 7.



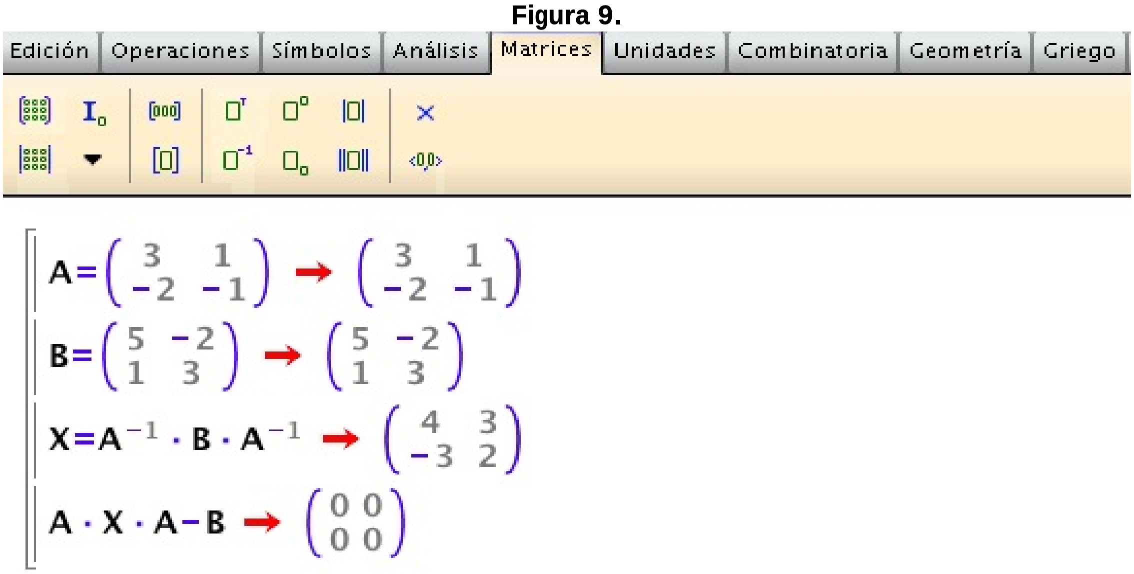
Debemos dejar claro, al igual que en el primer caso, que para la realización de este ejercicio, como nos vamos a remitir a estas matrices para operar con ellas sólo poniendo su nombre, debemos pinchar al final de cada línea y pulsar el botón de 'intro' para indicar que estamos dentro del mismo ejercicio.

2. En segundo lugar, escribimos la igualdad que queremos verificar en función de X que es la matriz que queremos calcular. De esa forma, sólo debemos pulsar el botón de igual, y obtendremos el resultado, es decir, la matriz que verifica nuestra ecuación inicial.

Figura 8.

3. Por último, como comprobación de nuestro resultado:

Figura 9.



**Para escribir que queremos calcular la inversa de una matriz escribimos el nombre (en este caso A) o la matriz y a continuación pinchamos en el rectángulo que tiene escrito -1 en el superíndice.*

Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

WIRIS

3. Combinación lineal de matrices.

Estudiar si existe algún valor de n ***que verifique:*** $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}+n\begin{pmatrix}0 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 6 & 1\end{pmatrix}$

Efectuamos las operaciones del primer miembro e igualamos los elementos que ocupan la misma posición:

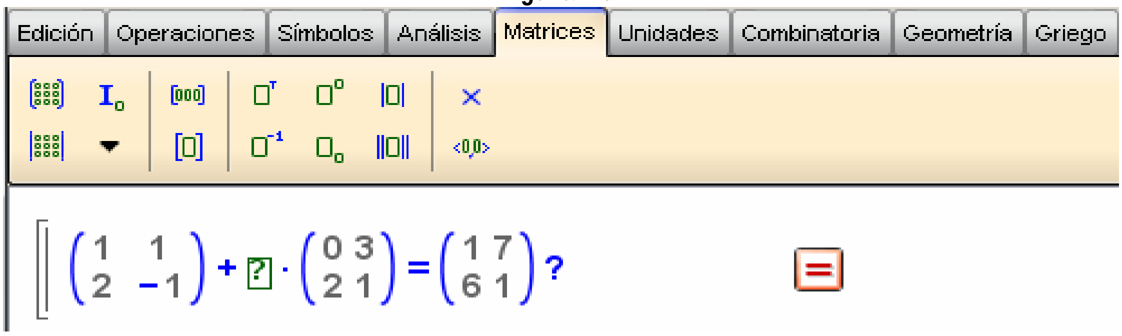
$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 3n\\ 2n & n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 6 & 1\end{pmatrix}\longrightarrow\begin{pmatrix}1 & 1+3n\\ 2+2n & -1+n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 7\\ 6 & 1\end{pmatrix}\longrightarrow\left.\begin{matrix}1+3n=7\\ 2+2n=6\\ -1+n=1\end{matrix}\right\}$$

Estas tres ecuaciones tienen la misma solución, $n=2$, que es el valor buscado. ¿ Que ocurriría si no tuvieran todas la misma solución? Pues no existiría ningún número n para el cual se verificara la igualdad.

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

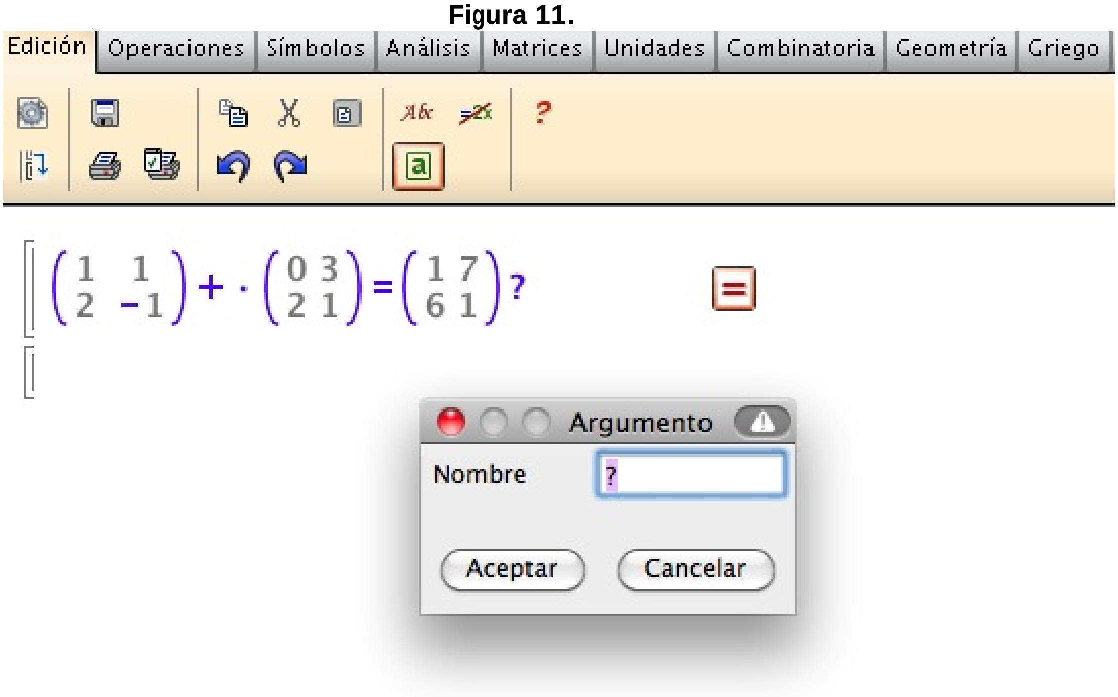
1. Planteamos la igualdad, insertamos un argumento vacío. De esta forma, cuando escribamos en ese espacio el número que creemos que es el correcto, nos dirá si hemos acertado o no.

Figura 10.



Para crear un argumento vacío nos situamos en el lugar en el que queremos introducir el argumento. Entonces pulsamos en la pestaña Edición, y después en el rectángulo en cuyo interior hay una a verde. Entonces nos saldrá una ventana que nos pregunta qué nombre le queremos poner: en este caso le llamaremos ?. Por último pulsamos aceptar y obtenemos nuestro argumento.

Figura 11.



Cuando pulsamos en igual nos dice si es cierto o falso. A continuación, en las Figuras 12 y 13 veremos las dos opciones:

Figura 12.

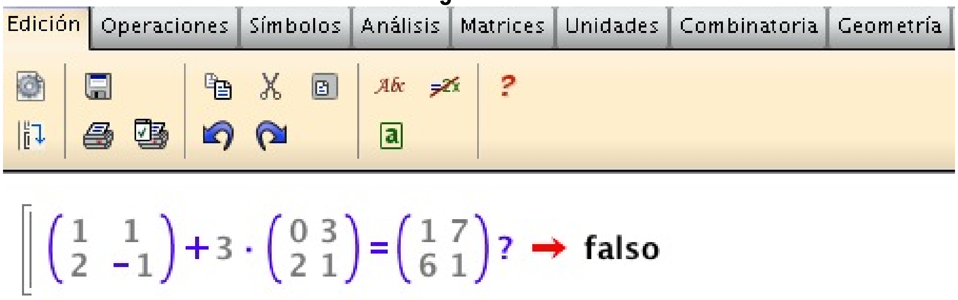
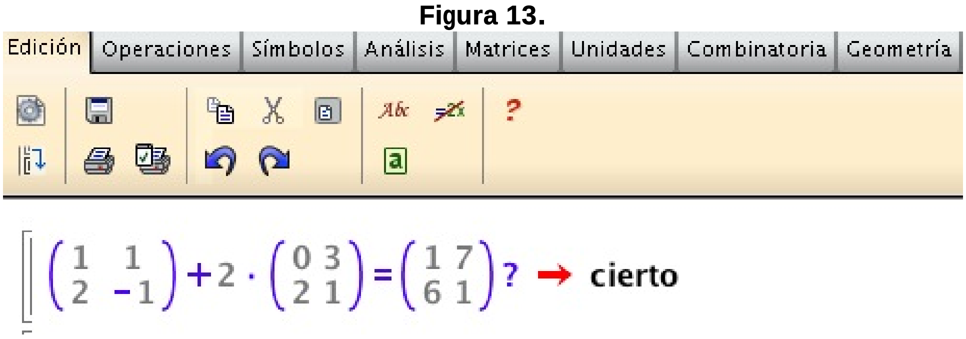


Figura 13.



Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

WIRIS

4. Matriz inversa.

Prueba que la matriz $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ ***no tiene inversa.***

Si $B^{-1}=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ es la inversa de $B, B\cdot B^{-1}=I$.

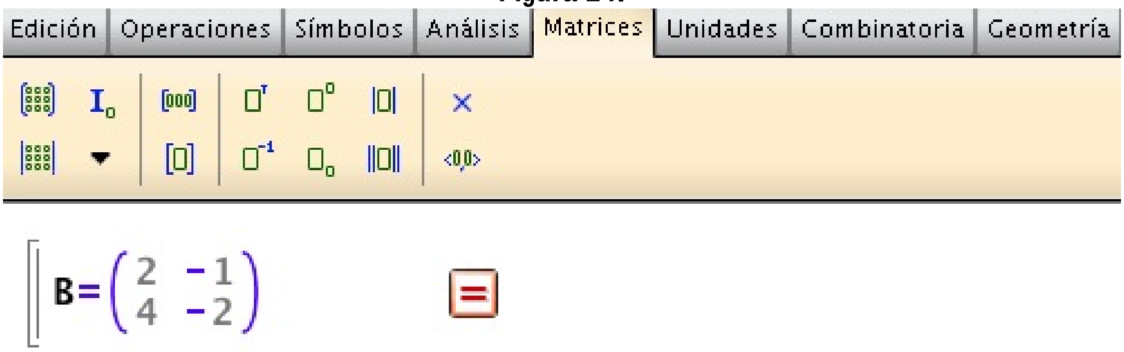
En este caso: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{matrix} \left.\begin{matrix} 2x-z=1 \\ 4x-2z=0 \end{matrix}\right\} \\ \left.\begin{matrix} 2y-t=0 \\ 4y-2t=1 \end{matrix}\right\} \end{matrix}$

Hemos obtenido dos sistemas de ecuaciones que no tienen solución. Por tanto, la matriz B no tiene inversa.

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

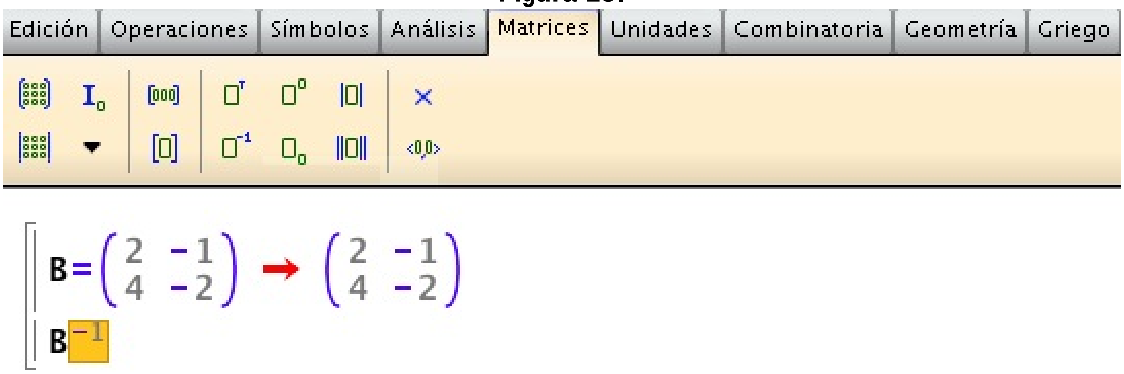
1. En primer lugar, escribiremos la matriz B, como en el primer y en el segundo ejercicio. Debemos recordar que cuando nos vamos a referir a algo ya escrito, debemos mantenernos en el mismo bloque.

Figura 14.



2. Después de esto, escribimos B y pinchamos, dentro de la pestaña 'Matrices' en el rectángulo elevado a -1. Después pincharemos en el botón de igual, obteniendo:

Figura 15.



No obtenemos ninguna matriz como resultado, sino que WIRIS nos señala que nos hemos podido a equivocar al dar la orden, ya que no hay ningún resultado posible. Esto nos indica que no hay matriz inversa de B.

Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

WIRIS

5. Operaciones con matrices.

Si A ***es una matriz de orden*** n ***tal que*** $A^2 = A$ ***y*** $B = 2A - I$, ***siendo*** I ***la matriz identidad de orden n, calcula*** B^2.

$$B^2 = B \cdot B = (2A - I) \cdot (2A - I) = 4A^2 - 2AI - I2A + I^2$$

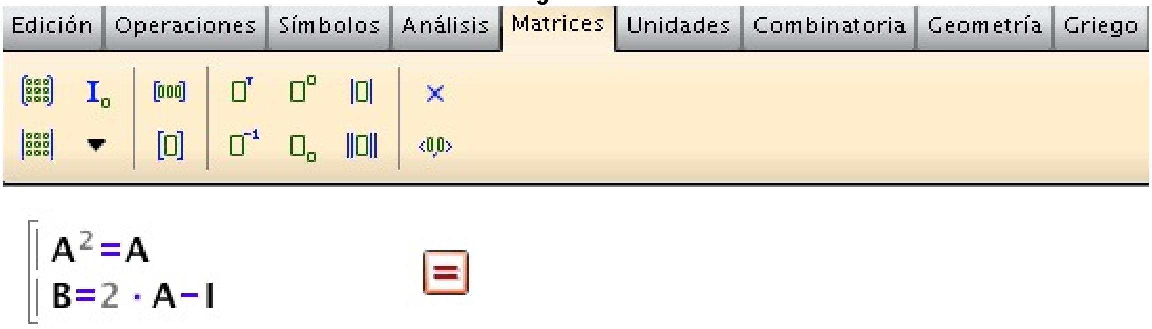
Teniendo en cuenta que: $A^2 = A,\ I^2 = I,\ 2AI = I2A = 2A$:

$$B \;= 4A - 2A - 2A + I \longrightarrow B^2 = I$$

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

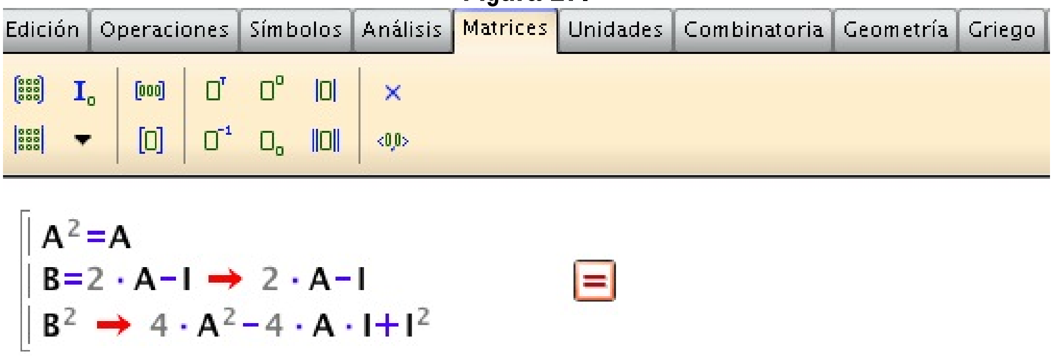
1. Escribimos cuanto valen A y B:

Figura 16.



2. Acto seguido, escribimos B^2 y pulsamos el botón de igual:

Figura 17.



Como vemos, tenemos el mismo resultado que en el cálculo ordinario del ejercicio. Para llegar a $B^2=I$, solo tenemos que aplicar las propiedades de la inversa y realizar los cálculos aritméticos.

Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

WIRIS

6. Potencia n-ésima

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, ***calcula*** A^n.

Calculamos $A^2, A^3, A^4...$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Observamos que:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2^1 & 2^1 \\ 2^1 & 2^1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 2^2 & 2^2 \\ 2^2 & 2^2 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 2^3 & 2^3 \\ 2^3 & 2^3 \end{pmatrix}$$

Suponemos que sigue la misma regla para el exponente n, es decir:

$$A^n = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{pmatrix}$$

Si comprobamos que esta expresión de A^n es válida para A^{n+1}, entonces será válida para cualquier n, (*método de inducción)*. Comprobamos que lo es:

$$A^{n+1} = A^n \cdot A = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^{n-1}+2^{n-1} & 2^{n-1}+2^{n-1} \\ 2^{n-1}+2^{n-1} & 2^{n-1}+2^{n-1} \end{pmatrix};$$

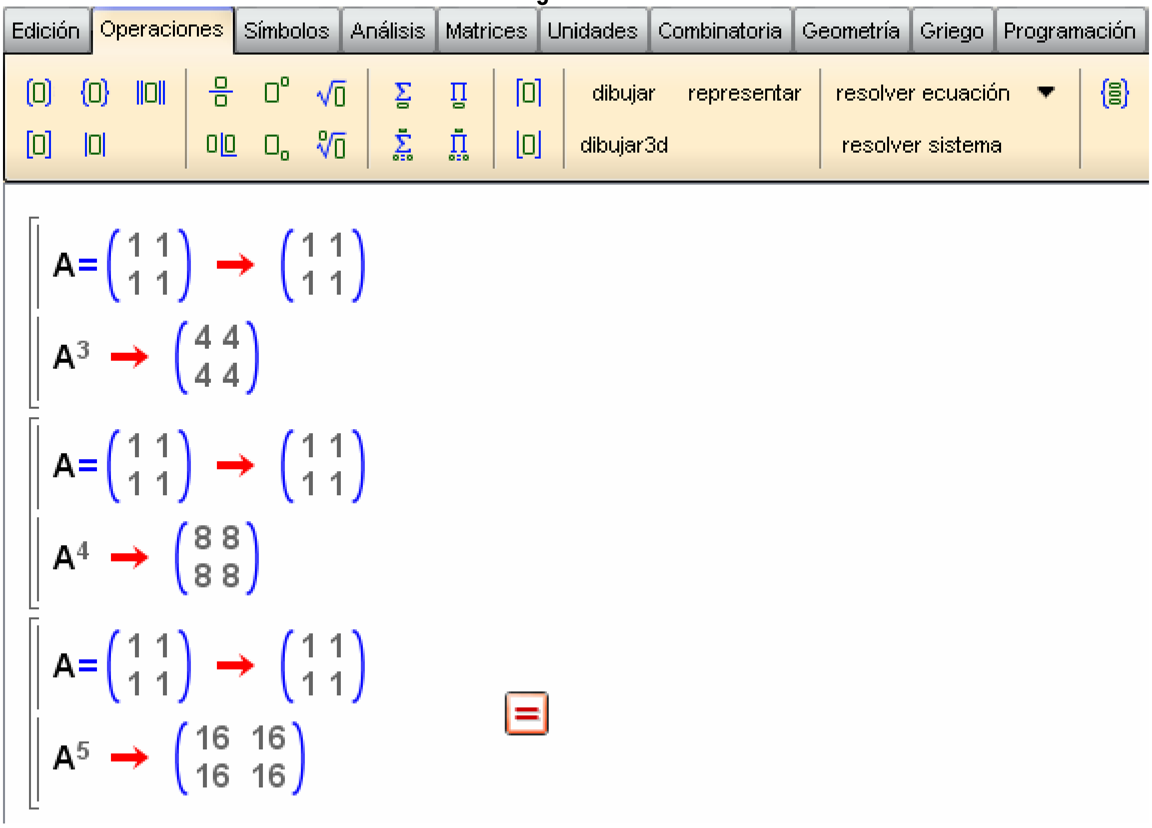
Si $2^{n-1} + 2^{n-1} = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$ entonces, $A^{n+1} = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n \\ 2^n & 2^n \end{pmatrix}$

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

Como Wiris no reconoce la potencia n-sima podemos realizar este ejercicio para n=3, n=4 y n=5

1. Para resolver este ejercicio, debemos escribir la matriz con su nombre correspondiente (en este caso es A), y dentro del mismo bloque escribir A y elevarlo a la potencia que queramos, en este caso 3, 4 y 5 respectivamente:

Figura 19.



Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

7. Ecuaciones con matrices.

Calcula las matrices A y B que verifican: $A+B=\begin{pmatrix}3&2&1\\3&1&3\end{pmatrix}$ *y* $2A-2B=\begin{pmatrix}-6&0&2\\2&2&2\end{pmatrix}$

Para resolverlo se realizan los siguientes pasos:

- Multiplicamos por $\frac{1}{2}$ los dos miembros de la segunda ecuación y sumamos después las 2 ecuaciones:

$$A-B=\begin{pmatrix}-3&0&1\\1&1&1\end{pmatrix};\ A+B+(A-B)=2A=\begin{pmatrix}0&2&2\\4&2&4\end{pmatrix}\longrightarrow A=\begin{pmatrix}0&1&1\\2&1&2\end{pmatrix}$$

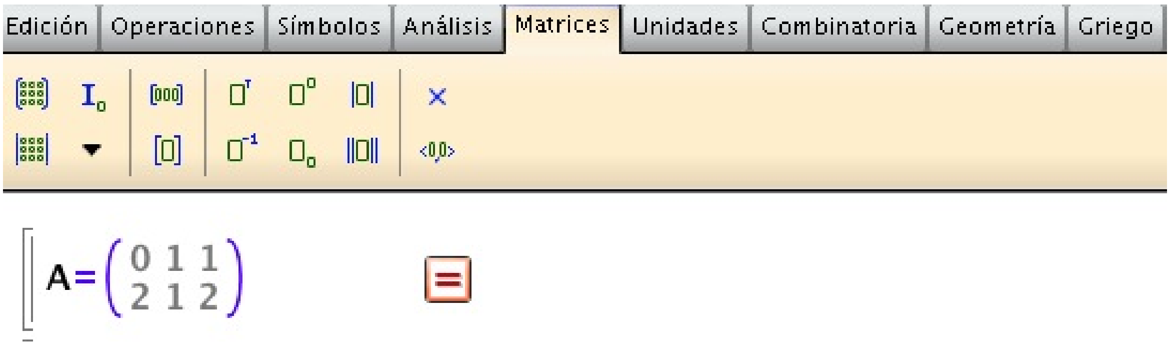
- Despejamos B en la primera ecuación:

$$B=\begin{pmatrix}3&2&1\\3&1&3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&1&1\\2&1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$$

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

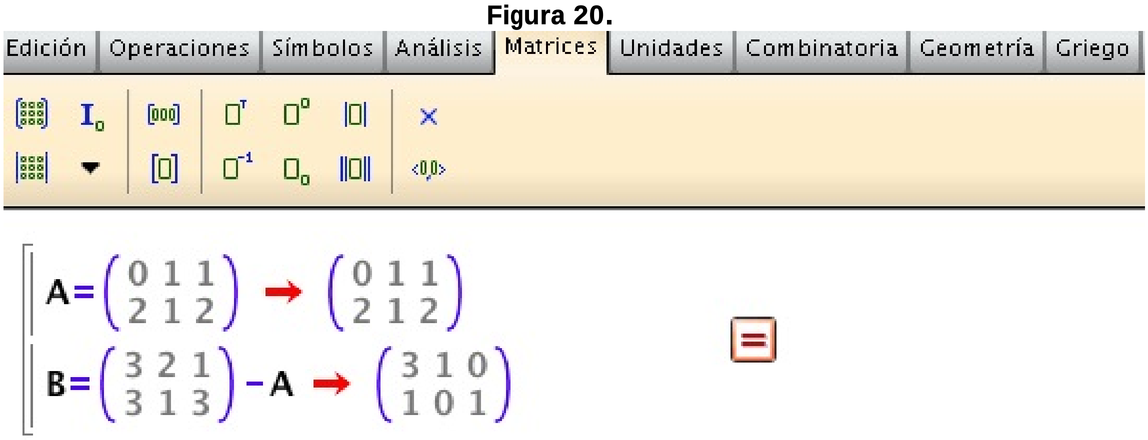
1. El primer paso parte de la igualdad obtenida, de multiplicar los dos miembros de la segunda ecuación por $\frac{1}{2}$ y sumer ambar. De esta forma tenemos A:

Figura 19.



2. Lo segundo que debemos hacer es despejar B de la primera ecuación, obteniendo de esta forma la matriz B:

Figura 20.



Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

WIRIS

8. Ecuación matricial.

Calcula X, Y, Z tales que: $\begin{pmatrix}1 & y\\ x & z\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & x\\ y & z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$

Transformamos esa igualdad en un sistema de ecuaciones multiplicando, las matrices del primer miembro e igualando término a término:

$$\begin{pmatrix} 1+y^2 & x+yz \\ x+zy & x+z^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \longrightarrow \left.\begin{aligned} 1+3n &= 7 \\ 2+2n &= 6 \\ -1+n &= 1 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} y &= \pm 2 \\ x+2z &= 0 \\ x^2+z^2 &= 5 \end{aligned}\right\}$$

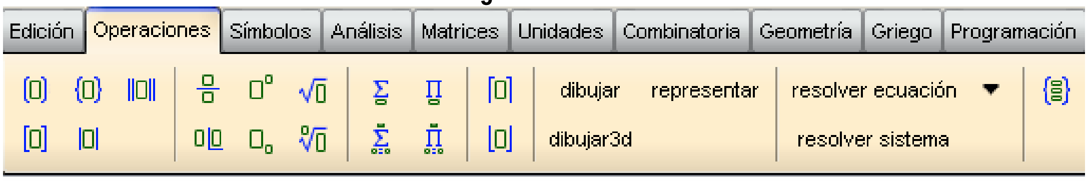
O bien: $\left.\begin{aligned} x-2z &= 0 \\ x^2+z^2 &= 5 \end{aligned}\right\}$

Se obtienen cuatro soluciones: $(2,2,-1),(2,-2,1),(-2,2,1),(-2,-2,-1)$

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

1. En primer lugar, resolveremos un sistema de ecuaciones para averiguar el valor de n:

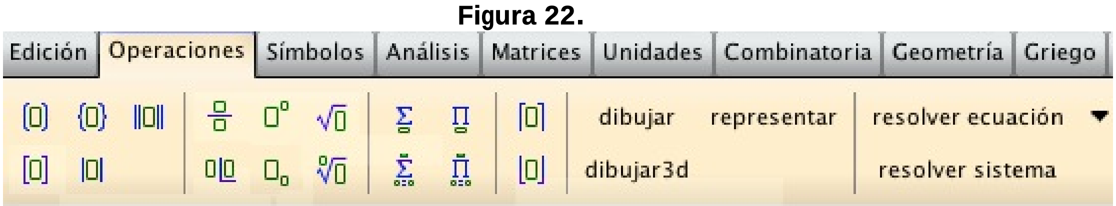
Figura 22.



$$\text{resolver}\left\{\begin{array}{l} 1+3n=7 \\ 2+2n=6 \\ -1+n=1 \end{array}\right\} \rightarrow \{\{n=2\}\}$$

2. Nuestro segundo paso será resolver el sistema para y=2:

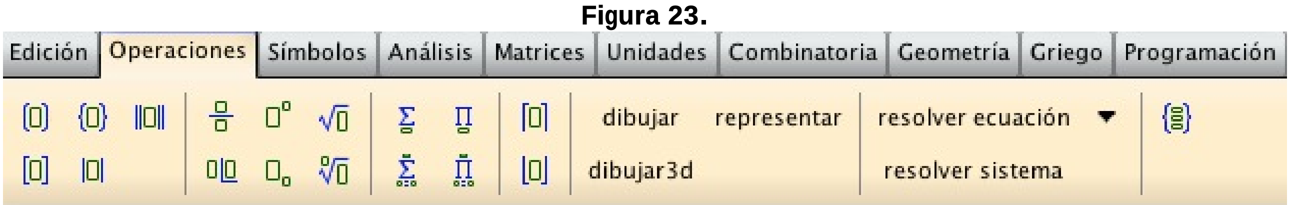
Figura 22.



$$\text{resolver}\left\{\begin{array}{l} y=2 \\ x+2z=0 \\ x^2+z^2=5 \end{array}\right\} \rightarrow \{\{x=-2,y=2,z=1\},\{x=2,y=2,z=-1\}\}$$

3. Ahora resolveremos el mismo sistemaque el de la figura 22 para y= -2:

Figura 23.



$$\text{resolver}\left\{\begin{array}{l} y=-2 \\ x+2z=0 \\ x^2+z^2=5 \end{array}\right\} \rightarrow \{\{x=-2,y=-2,z=1\},\{x=2,y=-2,z=-1\}\}$$

Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

WIRIS

9. Rango de una matriz.

Estudia el rango de la matriz M ***según los valores de*** a***. ¿Existe algún valor de*** a ***para el que sea*** $ran(M)=1$***?***

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & 1 & a \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Para resolver la actividad propuesta realizamos los siguientes pasos:

- Transformamos la matriz M para hacer todos los ceros posibles en ella:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & 1 & a \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} (1^a) \\ (2^a)-(1^a) \\ (3^a)-a(1^a) \end{smallmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2a & -a^2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} (1^a) \\ (2^a) \\ (3^a)-2a(2^a) \end{smallmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-a^2 \end{pmatrix}$$

Hacemos $1-a^2=0 \longrightarrow a=\pm 1$

- Si $a=1$, $M=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow ran(M)=2$
- Si $a=-1$, $M=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow ran(M)=2$

Por tanto, si $a=1$ o $a=-1$, $ran(M)=2$

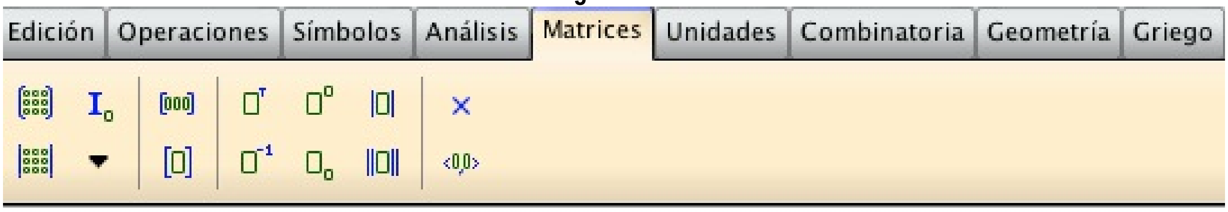
- Si $1-a^2\neq 0$, es decir, $a\neq 1$ y $a\neq -1$, $ran(M)=3$
- El rango de M no puede ser igual a 1 para ningún valor de *a* por que las dos primeras filas son linealmente independientes para cualquier *a*.

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

Para resolverlo con Wiris hay que calcular el rango para a=1, para a= -1 y para otro cualquier valor de a, en este caso se ha hecho para a=0

1. En primer lugar, calcularemos el rango para a=1:

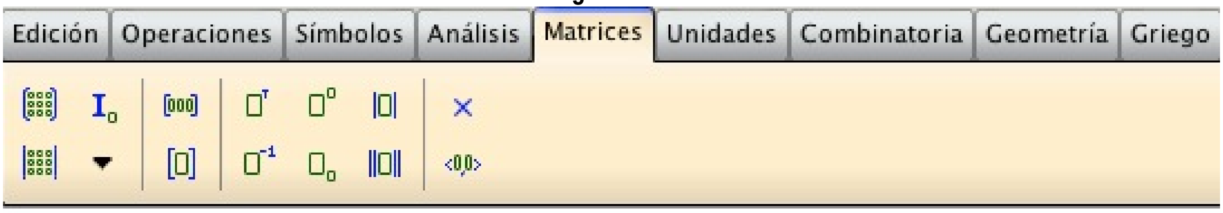
Figura 24.



$$\text{rango}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 2$$

2. Después calcularemos el rango para a=-1:

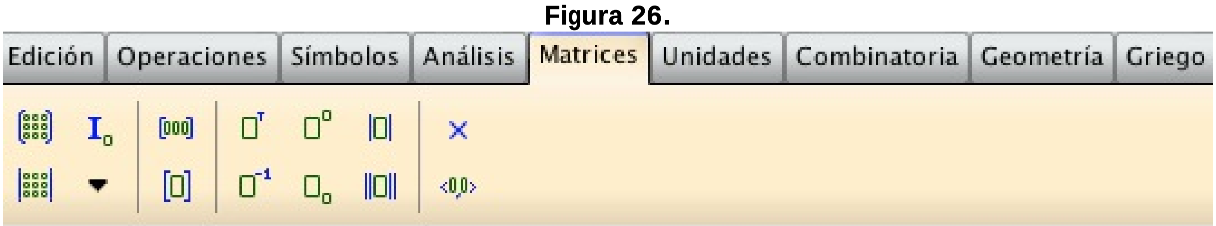
Figura 25.



$$\text{rango}\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow 2$$

3. Por último, calcularemos el rango para cualquier valor de a, en este caso para a=0:

Figura 26.



$$\text{rango}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow 3$$

**Para calcular el rango de una matriz, sólo tenemos que escribir la palabra rango delante de la matriz y pulsar el botón igual.*

Enlace con el ejercicio resuelto en la web:

10. Interpretación matricial de enunciados.

La tabla adjunta muestra la cantidad de vitaminas A, B y C que posee cada uno de los productos P, Q, R y S por unidad de peso:

$$\begin{array}{c|ccc} & A & B & C \\ \hline P & & & \\ Q & & & \\ R & & & \\ S & & & \end{array}\quad \begin{array}{c} \\ P \\ Q \\ R \\ S \end{array}\begin{array}{c} A\quad B\quad C \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\end{array}$$

a) Queremos elaborar una dieta en la que entren todos los productos y de manera que contenga 20 unidades de vitamina A, 25 de vitamina B y 6 de vitamina C. ¿Es posible hacerlo? ¿De cuantas maneras?

b) Si la cantidad de producto Q es de 2 unidades, ¿ cuales serán las cantidades de los otros productos en esa dieta?

c) Obtén, en función de la cantidad Q que entre en la dieta, las cantidades de los otros productos. ¿Entre que valores habría de estar la cantidad de producto Q?

A continuación se resuelven cada uno de los apartados:

a) Llamemos (x y z t) a las cantidades de cada uno de los productos P, Q, R y S que intervienen en la dieta. Para que la dieta tenga las cantidades de vitaminas requeridas, debe cumplirse la siguiente igualdad.

$$\begin{array}{c} P\quad Q\quad R\quad S \\ \begin{pmatrix} x & y & z & t \end{pmatrix} \end{array} \bullet \begin{array}{c} \\ P \\ Q \\ R \\ S \end{array}\begin{array}{c} A\quad B\quad C \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\end{array} = \begin{array}{c} A\quad B\quad C \\ \begin{pmatrix} 20 & 25 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$$

Multiplicando e igualando las matrices llegamos al sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z + t = 20 \\ 2x + z + t = 25 \\ 2y + t = 6 \end{cases}$$

Mediante el Método de Gauss podemos comprobar que el sistema es compatible indeterminado. Por ello, pueden elaborarse infinitas dietas de los productos P, Q, R, S con las vitaminas exigidas.

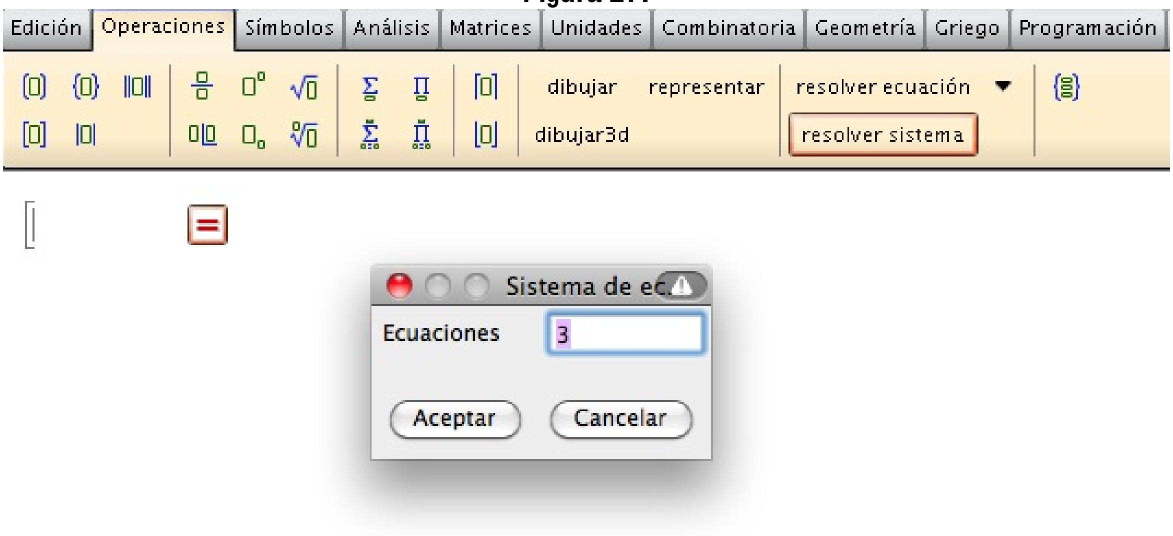
b) Hacemos y=2 y resolvemos el sistema que resulta. Obtenemos la solución x= 10, z=3, t=2. La dieta estará formada por 10 unidades de P, 2 de Q, 3 de R y 2 de S.

c) Resolvemos el sistema en función de y (cantidad de producto Q que interviene en la dieta). Hacemos $y = \lambda$ y obtenemos las soluciones $(8+\lambda, \lambda, 3, 6-2\lambda)$, que nos indican la cantidad de P, Q, R, S que forman cada una de las posibles dietas. Para que estas cantidades no sean negativas, λ debe variar entre 0 y 3. es decir: $0 < \lambda < 3$.

Ahora resolveremos el problema con Wiris:

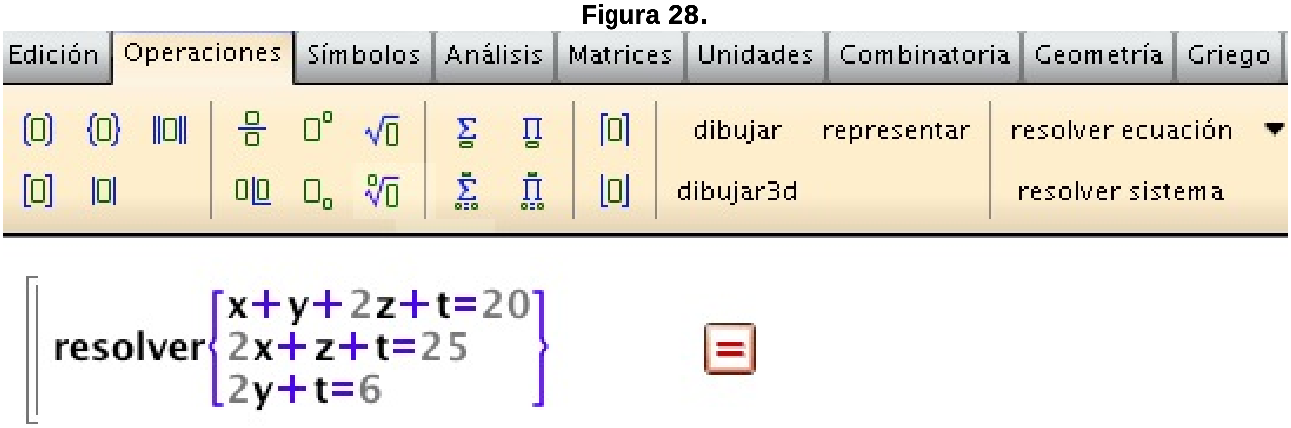
1. Para ello, pinchamos en operaciones y posteriormente en resolver sistema. Entonces indicamos que el sistema tiene tres ecuaciones:

Figura 27.



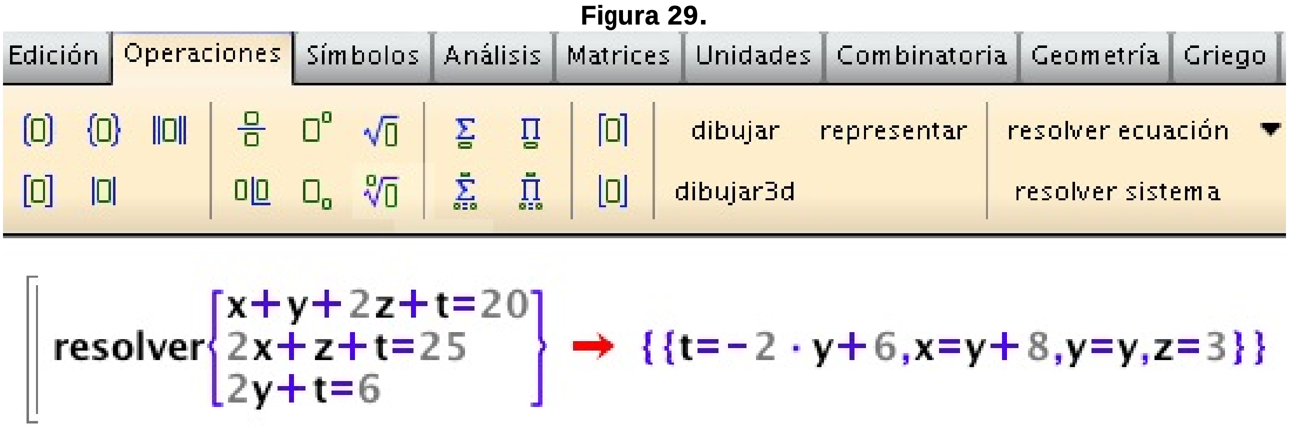
2. Después planteamos el sistema de ecuaciones, introduciendo los datos:

Figura 28.



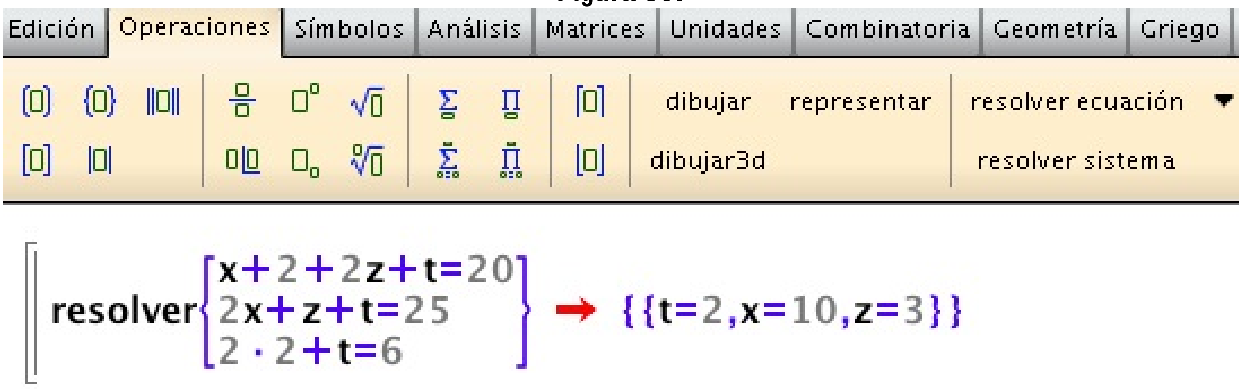
3. Ahora lo resolvemos pulsando el botón igual, pero podemos ver que no tiene una solución por incógnica, sino que es compatible indeterminado.

Figura 29.



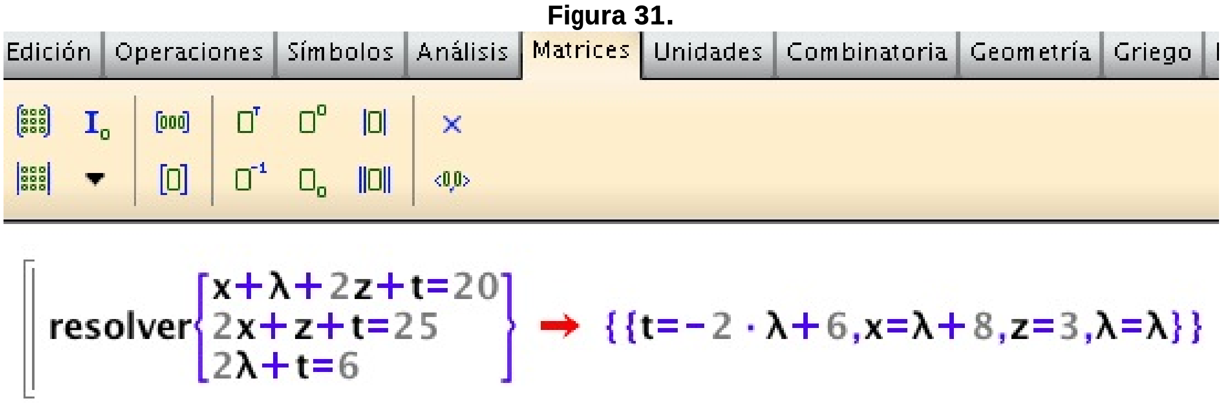
4. Sustituimos la incógnita y por 2, obteniendo lo mismo que en el desarrollo anteior t=2, X=10 y z=3.

Figura 30.



5. Por último, resolvemos el sistema en función a y, siendo $y = \lambda$.

Figura 31.



* *Para escribir la letra* λ *pinchamos en la pestaña Griego y en ella, buscamos esta letra.*

Enlace con el ejercicio resuelto en la web: