# EXAMEN DE SELECTIVIDAD JUNIO 2015.

## MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

## OPCIÓN A

**Problema 1.** Se dispone de 200 hectáreas de terreno en las que se desea cultivar patatas y zanahorias. Cada hectárea dedicada al cultivo de patatas necesita 12,5 litros de agua de riego al mes, mientras que cada una de zanahorias necesita 40 litros, disponiéndose mensualmente de un total de 5000 litros de agua para el riego. Por otra parte, las necesidades por hectárea de abono nitrogenado son de 20 kg para las patatas y de 30 kg para las zanahorias, disponiéndose de un total de 4500 kg de abono nitrogenado. Si la ganancia por hectárea sembrada de patatas es de 300 € y de 400 € la ganancia por cada hectárea de zanahorias, ¿qué cantidad de hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para maximizar la ganancia? ¿Cuál sería esta?

Definimos las incógnitas:

x= hectáreas dedicadas a cultivar patatas

y= hectáreas dedicadas a cultivar zanahorias

| | Hectáreas | Agua(l) | Abono(Kg) | Ganancia(€) |
|---|---|---|---|---|
| Patatas | x | 12,5x | 20x | 300x |
| Zanahorias | y | 40y | 30y | 400y |
| Restricciones | 200 | 5000 | 4500 | |

Siendo x, e y >0 puesto que se tratan de hectáreas cultivadas. Y la ganancia viene dada por G=300x+400y. Por lo tanto debemos resolver el siguiente problema:

$$\max : G = 300x + 400y$$

$$s.a\begin{cases} x + y \le 200 & (1) \\ 12{,}5x + 40y \le 5000 & (2) \\ 20x + 30y \le 4500 & (3) \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

Construimos las tablas de valores de todas las desigualdades:

(1) $x + y \leq 200$ (2) $12{,}5x + 40y \leq 5000$ (3) $20x + 30y \leq 4500$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 200 |
| 200 | 0 |

| x | y |
|---|---|
| 0 | 125 |
| 400 | 0 |

| x | y |
|---|---|
| 0 | 150 |
| 225 | 0 |

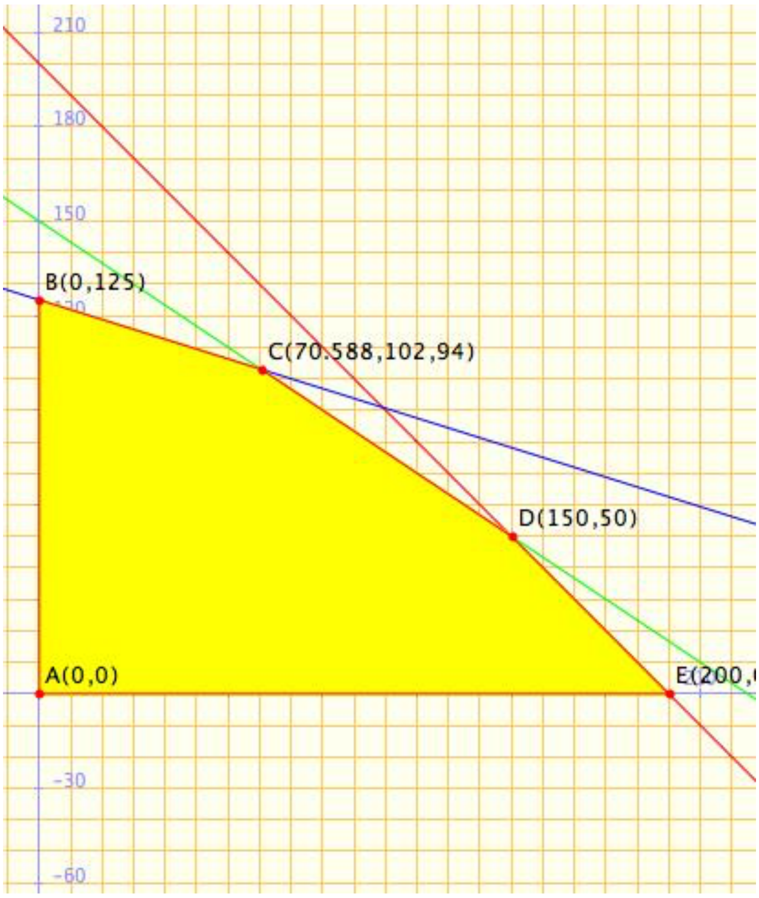
¿(0,0) Cumple? ¿(0,0) cumple? ¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 200$
$0 \leq 200$ Sí

$12{,}5 \cdot 0 + 40 \cdot 0 \leq 5000$
$0 \leq 5000$ Sí

$20 \cdot 0 + 30 \cdot 0 \leq 4500$
$0 \leq 4500$ Sí

y queda la siguiente representación gráfica:



Cuya región factible queda determinada por lo zona sombreada en color amarillo. Los vértices de la región factible son A(0,0) B(0,125) C y D se obtiene resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, E(200,0).

Para obtener C, corte entre (1) y (2)

$$\begin{cases} 12{,}5x + 40y = 5000 \\ 20x + 30y = 4500 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x3 \\ x(-4) \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} 37{,}5x + 120y = 15000 \\ -80y - 120y = -18000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 37{,}5x + 120y = 15000 \\ -80y - 120y = -18000 \end{cases}$$

$$- - - - - - - - - - - - - - - -$$

$$-42{,}5x = -3000 \rightarrow x = \frac{3000}{42{,}5} = 70{,}5882$$

$$20x + 30y = 4500 \rightarrow 20 \cdot 70{,}5882 + 30y = 4500 \rightarrow y = \frac{4500 - 1411{,}764}{30} = 102{,}94$$

C(70,5882 ; 102,04)

Para obtener D, corte entre (1) y (3)

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 20x + 30y = 4500 \end{cases} \rightarrow \quad y = 200 - x$$

$$20x + 30 \cdot (200 - x) = 4500$$

$$20x + 6000 - 30x = 4500$$

$$-10x = 4500 - 6000$$

$$10x = 1500$$

$$x = 150$$

$$y = 200 - x \rightarrow y = 200 - 150 = 50$$

D(150,50)

Y por tanto la máxima ganancia de la región factible se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos el valor de la ganancia en los vértices:

| (x,y) | G = 300 x + 400 y |
|---|---|
| 0,0 | 300 *0 + 400 * 0 = 0 |
| 0,125 | 300 * 0 + 400 * 125 = 50000 |
| 70,5882 ; 102,94 | 300 * 70,5882 + 400 * 102,94 = 62352,94 |
| 150, 0 | 300 * 150 + 400 *50 = 65000 **(Máximo)** |
| 200 ,0 | 300 * 200 + 400 * 0 = 600 000 |

Por lo tanto el máximo se alcanza en el punto D(150,50).

Así pues conviene dedicar 150 hectáreas al cultivo de patatas y 50 hectáreas al de zanahorias. Y la ganancia sería de 65 000 Euros.

## Con WIRIS

$g(x,y)=300\cdot x+400\cdot y \rightarrow (x,y)\mapsto 300\cdot x+400\cdot y$

dibujar(200−x,−200..400,{color=rojo}) → tablero1

dibujar$\left(\frac{5000-12.5\cdot x}{40},-200..400,\{color=azul\}\right) \rightarrow$ tablero1

dibujar$\left(\frac{4500-20\cdot x}{30},-200..400,\{color=verde\}\right) \rightarrow$ tablero1

resolver$\left\{\begin{bmatrix} y=\frac{5000-12.5\cdot x}{40} \\ y=\frac{4500-20\cdot x}{30}\end{bmatrix}\right\} \rightarrow \{\{x=70.588,y=102.94\}\}$

resolver$\left\{\begin{bmatrix} y=200-x \\ y=\frac{4500-20\cdot x}{30}\end{bmatrix}\right\} \rightarrow \{\{x=150,y=50\}\}$

dibujar(polígono(punto(0,125),punto(70.588,102.94),punto(150,50), punto(200,0),punto(0,0)),{color=rojo, llenar=cierto,color_relleno=amarillo}) → tablero1

dibujar(punto(0,0), {color=rojo, mostrar_etiqueta=cierto, etiqueta=A(0,0),tamaño_punto=5}) → tablero1

dibujar(punto(0,125), {color=rojo, mostrar_etiqueta=cierto, etiqueta=B(0,125),tamaño_punto=5}) → tablero1

dibujar(punto(70.588,102.94), {color=rojo, mostrar_etiqueta=cierto, etiqueta=C(70.588,102,94),tamaño_punto=5}) → tablero1

dibujar(punto(150,50), {color=rojo, mostrar_etiqueta=cierto, etiqueta=D(150,50),tamaño_punto=5}) → tablero1

dibujar(punto(200,0), {color=rojo, mostrar_etiqueta=cierto, etiqueta=E(200,0),tamaño_punto=5}) → tablero1

Valoramos la ganancia en los extremos de la región factible

$g(0,0)=0 \rightarrow (0,0)\mapsto 0$

$g(0,125) \rightarrow 50000$

$g(70.5882,102.94) \rightarrow 62352.$

$g(150,50) \rightarrow 65000$

$g(200,0) \rightarrow 60000$

**Problema 2. Calcula:**

**a) Todas las asíntotas verticales y horizontales de la función**

$$f(x)=\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}$$

A.VERTICALES

Las posibles asíntotas horizontales son los puntos donde no existe la función. Es decir donde se anula el denominador.

$$x^3-9x=0\rightarrow x\left(x^2-9\right)=0\rightarrow\begin{cases}x=0\\x^2-9=0\rightarrow x=\pm\sqrt{9}=\pm3\end{cases}$$

Por lo tanto, tenemos tres posibles asíntotas verticales: x= 0, x=3 y x= -3. Pero debemos de ver si realmente lo son. ¿Cómo? Debemos de calcular el límite para cada valor de la x, y su valor debe de ser infinito.

$$\lim_{x\to0}=\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}=\frac{2(-0)^3+2(0)-1}{(0)^3-9(0)}=\frac{-1}{0}=-\infty$$

Por lo tanto en x=0 hay una AV

$$\lim_{x\to-3}=\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}=\frac{2(-3)^3+2(-3)-1}{(-3)^3-9(-3)}=\frac{-54-6-1}{-27+27}=\frac{-61}{0}=-\infty$$

Por lo tanto en x=-3 hay una AV

$$\lim_{x\to3}=\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}=\frac{2(3)^3+2(3)-1}{(3)^3-9(3)}=\frac{54+6-1}{27-27}=\frac{59}{0}=\infty$$

Por lo tanto en x=3 hay una AV

A.HORIZONTALES

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty}=\dfrac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}=\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)=Indt\rightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}=\dfrac{2x^3}{x^3}=2\\\lim\limits_{x\to\infty}=\dfrac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}=\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)=Indt\rightarrow\lim\limits_{x\to-\infty}=\dfrac{2x^3}{x^3}=2\end{array}\right\}\text{En y=2 hay una AH}$$

## Con WIRIS

Problema 2.

Apartado a)Todas las asintotas vérticales y horizontales de la función f(x)= $(2x^3+2x-1)/(x^3-9x)$
A.VÉRTICALES (Donde falla el dominio)

$$f(x)=\frac{2\cdot x^3+2\cdot x-1}{x^3-9\cdot x} \rightarrow x\mapsto\frac{2\cdot x^3+2\cdot x-1}{x^3-9\cdot x}$$

dominio(f) $\rightarrow$ $x\neq-3 \& x\neq 0 \& x\neq 3$

Tenemos tres posibles asintoras vérticales x=−3, x=0 y x=3. Lo comprobamos calculando el límite en el punto.

$$\lim_{x\to-3}\frac{2\cdot x^3+2\cdot x-1}{x^3-9x} \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x\to0}\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x} \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x\to3}\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x} \rightarrow \pm\infty$$

Tenemos tres asintos vérticales en x=−3, en x=3, y en x=0.

A. HORIZONTALES

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2\cdot x^3+2\cdot x-1}{x^3-9\cdot x} \rightarrow 2$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2\cdot x^3+2\cdot x-1}{x^3-9\cdot x} \rightarrow 2$$

En y=2 tenemos una asintota horizontal.

**b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función** $g(x)=x^4+4x^3+4x^2-8$

1) Dom g(x) = R

2) Estudiamos el signo de la primera derivada

$$g'(x)=4x^3+12x^2+8x$$

$$g'(x)=0\rightarrow 4x^3+12x^2+8x=0\rightarrow 4x\left(x^2+3x+2\right)=0\rightarrow\begin{cases}x=0\\ x^2+3x+2=0\end{cases}$$

$$x^2+3x+2=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot2}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{-3\pm1}{2}=\begin{cases}\frac{-4}{2}=-2\\ \frac{-2}{2}=-1\end{cases}$$

| | | -2 | -1 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| g(x) | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ |
| g'(x) | g'(-3)=4 | | | g'(1)= =24>0 |

I. Crecimiento: (-2,-1) U (0,∞)

I. Decrecimiento: (-∞, -2) U ( -1,0)

## Con WIRIS

Apartado b) Intervalos de crecimiento de la función $g(x) = x^4+4\cdot x^3+4\cdot x^2-8$

$g(x)=x^4+4\cdot x^3+4\cdot x^2-8 \rightarrow x\mapsto x^4+4\cdot x^3+4\cdot x^2-8$

1) Dom g(x)

dominio(g) → $\mathbb{R}$

2)Estudio del signo de la derivada

$g'(x) \rightarrow 4\cdot x^3+12\cdot x^2+8\cdot x$

resolver(g'(x)=0) → {{x=-2},{x=-1},{x=0}}

$g'(-3) \rightarrow -24$

$g'(-1.5) \rightarrow 1.5$

$g'(-0.5) \rightarrow -1.5$

$g'(1) \rightarrow 24$

Por lo tanto el I. Crecimiento es (−2,−1) ∪(0,·∞) y el I. Decrecimiento (·∞,−2)∪(−1,0)

### c) Los máximos y los mínimos de la función g(x) del apartado anterior

$$g(x)=x^4+4x^3+4x^2-8$$

Del estudio que se ha realizado en el apartado anterior:

| | | -2 | -1 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| g(x) | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ |
| g'(x) | g'(-3)=4 | | | g'(1)= =24>0 |
| | | Min. Relativo | Max. Relativo | Mín. Relativo |

$$x=-2 \rightarrow g(-2)=(-2)^4+4\cdot(-2)^3+4\cdot(-2)^2-8=16-32+16-8=-8$$

$$x=-1 \rightarrow g(-1)=(-1)^4+4\cdot(-1)^3+4\cdot(-1)^2-8=1-4+4-8=-7$$

$$x=0 \rightarrow g(0)=(0)^4+4\cdot(0)^3+4\cdot(0)^2-8=-8$$

Entonces, g(x) tienes un máximo relativo en (-1,-7) y mínimos relativos en (-2,-8) y (0,-8)

## WIRIS

Aparado c) Los máximos y mínimos de la función g(x) del apartado anterio

$g(x)=x^4+4\cdot x^3+4\cdot x^2-8 \rightarrow x\mapsto x^4+4\cdot x^3+4\cdot x^2-8$

$g'(x) \rightarrow 4\cdot x^3+12\cdot x^2+8\cdot x$

$\text{resolver}(g'(x)=0) \rightarrow \{\{x=-2\},\{x=-1\},\{x=0\}\}$

$g''(x) \rightarrow 12\cdot x^2+24\cdot x+8$

$g''(-2) \rightarrow 8$

$g''(-1) \rightarrow -4$

Sabemos que el mínimo está en $x=-2$ y el máximo en $x=-1$ . Ahora calculamos el valor la coordenada y.

$g(-2) \rightarrow -8$

$g(-1) \rightarrow -7$

Por lo tanto el máximo es el punto $(-2,-8)$ y el mínimo $(-1,-7)$

**Problema 3.** El 25% de los estudiantes de un instituto ha leído algún libro sobre Harry Potter y el 65% ha visto alguna película de este protagonista. Se sabe también que el 10% ha leído algún libro y ha visto alguna de las películas de este personaje. Si se elige al azar un estudiante:

**Definimos los sucesos y sus probabilidades:**

A = estudiantes que ha leído algún libro sobre Harry Potter.

P(A)= 0,25

B = estudiantes que ha visto alguna película de Harry Potter.

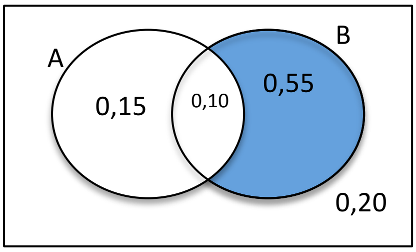
P(B)=0,65

C = estudiantes que ha leído algún libro y ha visto alguna película.

P(C)=0,10

**a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje y no haya leído ningún libro sobre Harry Potter?**

Nos ayudamos de un diagrama de Veen:

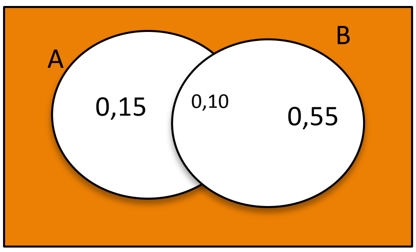



$$P\left(B\cap\overline{A}\right)=P\left(B\right)-P\left(C\right)=0{,}65-0{,}10=0{,}55$$

**b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya leído ningún libro sobre Harry Potter y no haya visto ninguna película sobre este personaje?**

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P\left(A\cup B\right)=1-\left[P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cup B\right)\right]=$$

$$=1-\left[0{,}25+0{,}65-0{,}10\right]=1-0{,}80=0{,}20$$



**c)** Se sabe que ha leído algún libro de Harry Potter, ¿cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje?

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{0{,}10}{0{,}25}=0{,}4$$

## Con WIRIS

Problema 3.El 25% de los estudiantes de un instituto ha leído algún libro sobre Harry Potter y el 65% ha visto alguna película de este protagonista. Se sabe también que el 10% ha leído algún libro y ha visto alguna de las películas de este personaje. Si se elige al azar un estudiante:

Apartado a) a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje y no haya leído ningún libro sobre Harry Potter(HP)?
A= estudiantes que ha leído algún libro de HP
B= estudiantes que han visto alguna película de HP
C= estudiantes que ha leído algún libro y ha visto alguna película.

PA=0.25 → 0.25
PB=0.65 → 0.65
PC=0.10 → 0.1
1−PA → 0.75

PBNA = PB−PC → 0.55

b)b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya leído ningún libro sobre Harry Potter y no haya visto ninguna película sobre este personaje
PAoB=PA+PB−PC → 0.8
PNAyNB=1−PAoB → 0.2
c) c) Se sabe que ha leído algún libro de Harry Potter, ¿cuál es la probabilidad de que haya visto alguna película de este personaje?
PByA=PC → 0.1
PBsiA=(PByA) / (PA) → 0.4

## OPCIÓN B

**Problema 1.** En una sucursal de una agencia de viajes se vende un total de 60 billetes de avión con destino a Londres, París y Roma. Sabiendo que el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente y que para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres, ¿cuántos billetes se han vendido para cada uno de los destinos?

**Planteamiento**

| | |
|---|---|
| x = precio original del rotulador.<br>y = precio original del cuaderno.<br>z = precio original de la carpeta. | Si se aplica un descuento del 10%, los precios quedan:<br>0,9x = precio original del rotulador.<br>0,9 y = precio original del cuaderno.<br>0,9 z = precio original de la carpeta. |

De los datos del problema obtenemos:

El importe de la compra rebajado fue de 3,96 € → **0,9x + 0,9y + 0,9 z = 3,96**

El precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador→ **y = x/2**

El precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del rotulador → **z = y + 0,20x**

$$\begin{cases} 0{,}9\cdot x + 0{,}9\cdot y + 0{,}9\cdot z = 3{,}96 \\ y = \dfrac{x}{2} \\ z = y + 0{,}2\cdot x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0{,}9\cdot x + 0{,}9\cdot y + 0{,}9\cdot z = 3{,}96 \\ x - 2y = 0 \\ 0{,}2\cdot x + y - z = 0 \end{cases}$$

Despejando $x = 2y$, nos queda un sistema con dos incógnitas y dos ecuaciones.

$$\begin{cases} 1{,}8y + 0{,}9y + 0{,}9z = 3{,}96 \\ 0{,}4y + y - z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2{,}7y + 0{,}9z = 3{,}96 \\ 1{,}40y - z = 0 \end{cases}$$

Ahora : $z = 1{,}40y$

$$2{,}7y + 0{,}9\cdot 1{,}40z = 3{,}96 \rightarrow 2{,}7y + 1{,}26z = 3{,}96 \rightarrow 3{,}96y = 3{,}96 \rightarrow y = 1$$

$y = 1$

$z = 1{,}40\cdot 1 = 1{,}40$

$x = 2y = 2\cdot 1 = 2$

## Solución

**El precio del rotulador es de 2 €, el del cuaderno 1€ y el de la carpeta 1,40 €.**

## Con WIRIS

OPCION B

Problema 1.. En una sucursal de una agencia de viajes se vende un total de 60 billetes de avión con destino a Londres, París y Roma. Sabiendo que el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente y que para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres, ¿cuántos billetes se han vendido para cada uno de los destinos?

x= precio original del rotulador --> 0,9x=precio tras la rebaja del 10%

y= precio original del cuaderno--> 0,9y=precio tras la rebaja del 10%

z= precio original de la carpeta --> 0,9z=precio tras la rebaja del 10%

$$\text{resolver}\begin{Bmatrix} 0.9\cdot x+0.9\cdot y+0.9\cdot z=3.96 \\ -0.5\cdot x+y=0 \\ 0.2\cdot x+y-z=0 \end{Bmatrix} \rightarrow \{\{x=2.,y=1.,z=1.4\}\}$$

Por tanto el precio del rotulador es de 2 euros, el del cuaderno de 1euro y el de la carptea 1,40 euros.

**Problema 2.** El rendimiento de un estudiante durante las primeras 6 horas de estudio viene dado (en una escala de 0 a 100) por la función, $R(t)=\dfrac{700t}{4t^2+9}$ donde t es el número de horas transcurrido.

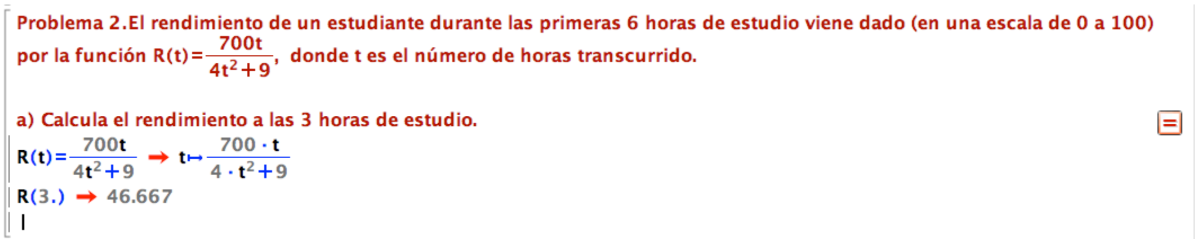
**a) Calcula el rendimiento a las 3 horas de estudio.**

$t=3$

$$R(3)=\frac{700\cdot 3}{4\cdot 3^2+9}=\frac{2100}{4\cdot 9+9}=\frac{2100}{36+9}=\frac{2100}{45}=46{,}667$$

Tendrá un rendimiento de 46,667 a las tres horas de estudio.

**Con WIRIS**


Problema 2.El rendimiento de un estudiante durante las primeras 6 horas de estudio viene dado (en una escala de 0 a 100) por la función $R(t)=\frac{700t}{4t^2+9}$, donde t es el número de horas transcurrido.

a) Calcula el rendimiento a las 3 horas de estudio.

$R(t)=\frac{700t}{4t^2+9} \rightarrow t\mapsto\frac{700\cdot t}{4\cdot t^2+9}$

$R(3.) \rightarrow 46.667$

**b) Determina la evolución del rendimiento durante las primeras 6 horas de estudio (cuándo aumenta y cuándo disminuye). ¿Cuál es el rendimiento máximo?**

Para determinar la evolución del rendimiento durante las seis primeras horas de estudio, calculamos la monotonía de la función R(t)

1) Dom R(t) = [0,6] por definición de R(t)

$$R'(t)=\frac{700\cdot\left(4t^2+9\right)-700t\cdot 8t}{\left(4t^2+9\right)^2}=\frac{2800t^2+6300-5600t^2}{\left(4t^2+9\right)^2}=$$

$$=\frac{-2800t^2+6300}{\left(4t^2+9\right)^2}$$

$$=\frac{-2800t^2+6300}{\left(4t^2+9\right)^2}=0\rightarrow -2800t^2+6300=0\rightarrow t^2=\frac{6300}{2800}$$

$$t^2=2,25\rightarrow t=\sqrt{2,25}=\pm 1,5$$

Como Dom R(t) = [0,6] $\rightarrow$ t=1,5

| | 1.5 | 6 |
|---|---|---|
| R(t) | ↗ | ↘ |
| R'(t) | R'(1)>0 | R'(2)= <0 |

I. Crecimiento: (0,1.5)

I. Decrecimiento: ( 1.5,6)

Y el máximo relativo, es decir el máximo rendimiento se da en t=1,5 horas. Con un valor de 58.3333

R(1,5) = 58.3333

## Con WIRIS

**b) b) Determina la evolución del rendimiento durante las primeras 6 horas de estudio (cuándo aumenta y cuándo disminuye). ¿Cuál es el rendimiento máximo?**

$R(t)=\frac{700t}{4t^2+9} \rightarrow t\mapsto\frac{700\cdot t}{4\cdot t^2+9}$

$R'(t) \rightarrow \frac{-2800\cdot t^2+6300}{16\cdot t^4+72\cdot t^2+81}$

$\text{resolver}(R'(t)=0) \rightarrow \left\{\left\{t=\frac{3}{2}\right\},\left\{t=-\frac{3}{2}\right\}\right\}$

$R'(1) \rightarrow \frac{3500}{169}$

$R'(2) \rightarrow -\frac{196}{25}$

I.decrecimento : (0,1.5)

I.crecimiento: (1.5, 6)

Máximo relativo está en t=1.5 y su valor es 58.333

$R(1.5) \rightarrow 58.333$

**c)** Una vez alcanzado el rendimiento máximo, ¿en qué momento el rendimiento es igual a 35?

Debemos resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{700t}{4t^2+9}=35$$
$$700t=35\cdot\left(4t^2+9\right)$$
$$700t=140t^2+315$$
$$140t^2-700t+315=0$$
$$t=\frac{-(-700)\pm\sqrt{(-700)^2-4\cdot140\cdot315}}{2\cdot140}=$$
$$t=\frac{700\pm\sqrt{490000-176400}}{280}=\frac{700\pm\sqrt{313600}}{280}=\frac{700\pm560}{280}=$$
$$=\begin{cases}\dfrac{700+560}{280}=\dfrac{1260}{280}=4{,}5\\[2ex]\dfrac{700-560}{280}=\dfrac{140}{280}=0{,}5\rightarrow\ \text{No sirve puesto que} < 1.5\end{cases}$$

Es decir, una vez alcanzado el rendimiento máximo, el rendimiento es igual a 35 a las cuatro horas y media de empezar a estudiar.

## Con WIRIS

c) Una vez alcanzado el rendimiento máximo, ¿en qué momento el rendimiento es igual a 35?

resolver$\left(\frac{700t}{4t^2+9}=35.\right) \rightarrow \{\{t=0.5\},\{t=4.5\}\}$

Es decir, una vez alcanzado el rendimiento máximo, el rendimiento es igual a 35 a las cuatro horas y media de empezar a estudiar.

**Problema 3.** La probabilidad de que tenga lugar el suceso *A* es 2/3 , la probabilidad de que no ocurra el suceso *B* es 1/4 y la probabilidad de que ocurra el suceso *A* o el suceso *B* es 19/24 . Calcula:

**a) La probabilidad de que ocurran a la vez el suceso *A* y el suceso *B*.**

$$P(A)=\frac{2}{3}$$
$$P(\overline{B})=\frac{1}{4}\rightarrow P(B)=\frac{3}{4}$$
$$P(A\cup B)=\frac{19}{24}$$

$$P(A\cap B)=??$$

Sabemos que:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$
$$P(A\cap B)=\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{19}{24}=\frac{16+18-19}{24}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$$

**b) La probabilidad de que no ocurra *A* y no ocurra *B*.**

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=??$$

Por las leyes de morgan, sabemos que $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}$

Por otra parte sabemos que:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

Entonces:

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{19}{24}=\frac{24}{24}-\frac{19}{24}=\frac{5}{24}$$

**c) La probabilidad de que ocurra *A* sabiendo que ha ocurrido *B*.**

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{5/8}{3/4}=\frac{5}{8}:\frac{3}{4}=\frac{20}{24}=\frac{5}{6}$$

**d) ¿Son independiente los sucesos A y B? ¿Por qué?**

Dos sucesos oson independientes si: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

En este caso: $\begin{cases} P(A\cap B)=\dfrac{5}{8} \\ P(A\cap B)=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{5}{8} \end{cases} \rightarrow$ A y B no son independientes.

## Con WIRIS

Problema 3.La probabilidad de que tenga lugar el suceso A es 2/3 , la probabilidad de que no ocurra el suceso B es 1/4 y la probabilidad de que ocurra el suceso A o el suceso B es 19/24 . Calcula:

PA=2/3 → $\frac{2}{3}$

PNB=1/4 → $\frac{1}{4}$

PB=1−PNB → $\frac{3}{4}$

PAoB=19/24 → $\frac{19}{24}$

a)La probabilidad de que ocurran a la vez el suceso A y el suceso B.

PAyB=PA+PB−PAoB → $\frac{5}{8}$

b)La probabilidad de que no ocurra A y no ocurra B.

PNAyNB=1−PAoB → $\frac{5}{24}$

c)La probabilidad de que ocurra A sabiendo que ha ocurrido B.

PAsiB=(PAyB)/(PB) → $\frac{5}{6}$

d)¿Son independiente los sucesos A y B? ¿Por qué?
Dos sucesos son independientes si P(A∩B)=PA · PB

PAyB=PA · PB → $\frac{1}{2}$

Y es diferente a PAyB calcualdo en el apartado A, por lo tanto A y B no son independientes