

PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD. BLOQUE ÁLGEBRA

1. Un restaurante ofrece cada día desayunos, comidas y cenas. Los desayunos cuestan 4 euros, las comidas 8 y las cenas 10. El último sábado se sirvieron tantas comidas como desayunos y cena juntos. La recaudación total fue de 1116 euros. La recaudación obtenida con las comidas superó a la de las cenas en 156 euros.
- ¿Cuántos desayunos, comidas y cenas se sirvieron?
 - ¿Qué beneficio se obtuvo si las ganancias de un desayuno son 2,50 euros, las de una comida 4 euros y las de una cena 5 euros?

(Julio 2016)

2. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix},$$

calcula:

- $(A - I)^2$.
- $A \times B^t$
- $A - B^{-1}$

(Julio 2016)

3. Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Calcular A^{-1} .
- Determina la matriz X tal que $AX = A + B$.

(Junio 2016)

4. Un comerciante compró 200 kilos de melocotones, 100 de manzanas y 300 de peras. Los vende incrementando un 25% el precio de los melocotones y de las manzanas y un 40% el de las peras. Por la venta de todo el género obtuvo 1087 euros de los que 257 fueron beneficio. Sabiendo que el precio de compra del kilo de melocotones fue 50 céntimos más caro que el del kilo de peras, ¿cuál fue el precio de compra del kilo de cada una de las frutas?

(Junio 2016)

5. Una empresa fabrica dos productos diferentes, P1 y P2, que vende a 300 y 350 € por tonelada (t), respectivamente. Para ello utiliza dos tipos de materias primas (A y B) y mano de obra. Las disponibilidades semanales de las materias primas son 30t de A y 36t de B, y las horas de mano de obra disponibles a la semana son 160. En la tabla siguiente se resumen los requerimientos (en t) de las materias primas y las horas de trabajo necesarias para la producción de una tonelada de cada producto:

Producto	materia prima (t)		Mano de obra (h)
	A	B	
P1	2	3	4
P2	3	1	20

Determina la producción semanal que maximiza los ingresos de la empresa sabiendo que un estudio de mercado indica que la demanda del producto P2 nunca supera a la del producto P1. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

(Julio 2015)

6.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Se dan las matrices

a) Halla la matriz X que satisface la ecuación $AX - BCX = C$.

b) Calcula la matriz inversa de $A^t + B$, donde A^t representa la matriz traspuesta de A .

(Julio 2015)

7. Se dispone de terreno en las que se desea cultivar patatas y zanahorias. Cada hectárea dedicada al cultivo de patatas necesita de agua de riego al mes, mientras que cada una de zanahorias necesita , disponiéndose mensualmente de un total de de agua para el riego. Por otra parte, las necesidades por hectárea de abono nitrogenado son de kg para las patatas y de kg para las zanahorias, disponiéndose de un total de kg de abono nitrogenado. Si la ganancia por hectárea sembrada de patatas es de 300€ y de 400€ la ganancia por cada hectárea de zanahorias, ¿qué cantidad de hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para maximizar la ganancia? ¿Cuál sería esta?

(Julio 2015)

8. En una sucursal de una agencia de viajes se vende un total de 60 billetes de avión con destino a Londres, París y Roma. Sabiendo que el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente y que para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres, ¿cuántos billetes se han vendido para cada uno de los destinos?

(Junio 2015)

9. *Dos matrices A y B satisfacen las siguientes igualdades:*

$$A + B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad A - B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A y B .

b) Calcula la matriz X sabiendo que $AXA = B$

(Julio 2014)

10. Cierta persona invierte un total de 7000 € en acciones de las empresas A y B y en un depósito a 12 meses al 1 %. Pasado un año, vende sus acciones, obteniendo una rentabilidad del 5 % en las acciones de la empresa A y del 3 % en las de B. El beneficio total de sus tres inversiones es 202 €. Determina qué cantidad destinó a cada inversión si sabemos que el dinero total destinado a comprar acciones superó en 2600 € al dinero del depósito.

(Julio 2014)

11. Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq \frac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \frac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función $f(x,y) = x + y$ en esta región. ¿En qué punto se alcanza?

(Junio 2014)

12. Después de aplicar un descuento del 10% a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3,96 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Calcula el precio original de cada objeto.

(Junio 2014)

13. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Resuelve la ecuación $XAB - XC = .$

(Julio 2013)

14. Un estudiante reparte propaganda publicitaria para conseguir ingresos. Le pagan 8 cts. de euro por cada impreso colocado en el parabrisas de un coche y 12 cts. por cada uno depositado en un buzón. Ha calculado que cada día puede repartir como máximo 150 impresos y la empresa le exige diariamente que la diferencia entre los colocados en coche y el doble de los colocados en buzones no sea inferior a 30 unidades. Además, tiene que introducir en buzones al menos 15 impresos diariamente. ¿Cuántos impresos debe colocar en coches y buzones para maximizar sus ingresos diarios? ¿Cuál es este ingreso máximo?

(Julio 2013)

15. Resuelve las siguientes cuestiones:

a)

Calcula las matrices X e Y sabiendo que $X + Y =$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

y $2X - Y =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}.$$

b)

Obtén la inversa de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

c)

Obtén la matriz X tal que $XA =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$$

(Junio 2013)

16. Una persona adquirió en el mercado cierta cantidad de unidades de memoria externa, de lectores de libros electrónicos y de tabletas gráficas a un precio de 100, 120 y 150 euros la unidad, respectivamente. El importe total de la compra fue de 1160 euros y el número total de unidades adquiridas 9. Además, compró una unidad más de tabletas gráficas que de lectores de libros electrónicos. ¿Cuántas unidades adquirió de cada producto?

(Junio 2013)

17. Plantea y escribe el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz de coeficientes es

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

y cuyo término independiente es

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(Septiembre 2012)

18. Sea el siguiente sistema de inecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x + y \leq 2 \\ -x + y \leq 1 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$$

- a) Resuélvelo gráficamente.
 b) Halla el máximo y el mínimo de la función $z = 2x + y$ en el conjunto solución de dicho sistema.

(Septiembre 2012)

19. Un comerciante quiere invertir hasta 1000 euros en la compra de dos tipos de aparatos, A y B, pudiendo almacenar en total hasta 80 aparatos. Cada aparato de tipo A le cuesta 15 euros y lo vende a 22, cada uno del tipo B le cuesta 11 y lo vende a 17 euros. ¿Cuántos aparatos debe comprar de cada tipo para maximizar su beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?

(Junio 2012)

20. **PROBLEMA 1.** Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, obtén todas las matrices de la forma $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & z \end{pmatrix}$ que satisfacen la relación $AX - XA = B$.

(Junio 2012)

21. El dueño de una tienda de golosinas dispone de 10 paquetes de pipas, 30 chicles y 18 bombones. Decide que para venderlas mejor va a confeccionar dos tipos de paquetes. El tipo A estará formado por un paquete de pipas, dos chicles y dos bombones y se venderá a 1,50 euros. El tipo B estará formado por un paquete de pipas, cuatro chicles y un bombón y se venderá a 2 euros. ¿Cuántos paquetes de cada tipo conviene preparar para conseguir los ingresos máximos? Determina los ingresos máximos.

(Septiembre 2011)

22. Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad y \quad D = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) Calcula $AB + 3C$
 b) Determina la matriz X que verifica $AX + I = D$, donde I es la matriz identidad.

(Septiembre 2011)

23. Un comerciante vende tres tipos de relojes, A, B y C. Los del tipo A los vende a 200 euros, los del tipo B a 500 euros y los del tipo C a 250 euros. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. Si la cantidad de los que vendió ese mes del tipo B fue igual a los que vendió de tipo A y de tipo C conjuntamente, calcula cuántos vendió de cada tipo si la recaudación de ese mes fue de 73500 euros.

(Junio 2011)

24. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Calcula la matriz inversa de la matriz C.
 b) Obtén la matriz X que verifica $A X + B^t = C$, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

(Junio 2011)

25. Un ganadero dispone de alimento concentrado y forraje para alimentar sus vacas. Cada kg. de alimento concentrado contiene 300 gr. de Proteína Cruda (PC), 100 gr. de Fibra Cruda (FC) y 2 Mcal. de Energía Neta de Lactancia (ENL) y su coste es 11 euros. Por su parte, cada kg. de forraje contiene 400gr. de PC, 300 gr. de FC y 1 Mcal. de ENL, siendo su coste de 6,50 euros. Determina la ración alimenticia de mínimo coste si sabemos que cada vaca debe ingerir al menos 3500 gr. de PC, 1500 gr. de FC y 15 Mcal. de ENL. ¿Cuál es su coste?

(Septiembre 2010)

26. En un cine se han vendido en una semana un total de 1405 entradas y la recaudación ha sido de 7920 euros. El precio de la entrada normal es de 6 euros y la del día del espectador 4 euros. El precio de la entrada para los jubilados es siempre de 3 euros. Se sabe, además, que la recaudación de las entradas de precio reducido es igual al 10% de la recaudación de las entradas normales. ¿Cuántas entradas de cada tipo se han vendido?

(Septiembre 2010)

27. En un horno mallorquín se fabrican dos tipos de ensaimadas, grandes y pequeñas. Cada ensaimada grande requiere para su elaboración 500 g. de masa y 250 g. de relleno, mientras que una pequeña requiere 250 g. de masa y 250 g. de relleno. Se dispone de 20 kg. de masa y 15 kg. de relleno. El beneficio obtenido por la venta de una ensaimada grande es de 2 euros y el de una pequeña es de 1,5 euros.

- a) ¿Cuántas ensaimadas de cada tipo tiene que fabricar el horno para que el beneficio obtenido sea máximo?
 b) ¿Cuál es el beneficio máximo?

(Junio 2010)

28. Obtén la matriz X que verifica:

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(Junio 2010)