PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD. BLOQUE ANÁLISIS

1.

Dada la función continua $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & 0\le x<2 \\ -\dfrac{x^2}{2}+4x+1 & 2\le x\le 8 \end{cases}$

a) Calcula sus máximos absolutos y mínimos absolutos, razonando que, efectivamente, lo son.

b) Calcula el valor de la integral de la función *f(x)* en el intervalo [5,7].

Julio 2016

2.

Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}$, calcula:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) Representa gráficamente la función a partir de la información de los apartados anteriores.

Julio 2016

3. El departamento de análisis financiero de una consultora determina que la rentabilidad R(x), en miles de euros, de cierta inversión, en función de la cantidad invertida en miles de euros, x, viene dada por la siguiente expresión:

$$R(x) = -0{,}01\,x^2 + 0{,}1\,x + 1, \quad x > 0$$

a) ¿Cuántos euros conviene invertir para maximizar la rentabilidad? ¿Cuál será dicha rentabilidad máxima?

b) Determina la función que proporciona la rentabilidad media (es decir, el cociente entre la rentabilidad y la cantidad invertida) de dicha inversión y estudia la evolución de dicha rentabilidad media en función de la cantidad invertida.

Junio 2016

4.

Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2}{4-x}$, se pide:

a) Su dominio y sus puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) La representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

Junio 2016

5.

Sea la función $$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & x\le 1 \\ \dfrac{6}{x^2+1} & 1<x \end{cases}.$$

a) Estudia la continuidad de f(x) en el intervalo $]-\infty, +\infty[$.

b) Calcula los máximos y mínimos locales de *f(x)*.

c) Calcula el área de la región limitada por *f(x)* y las rectas $x=-1$ y $x=1$.

Julio 2015

6. Cierta empresa de material fotográfico oferta una máquina que es capaz de revelar 15,5 fotografías por minuto. Sin embargo, sus cualidades se van deteriorando con el tiempo de forma que el número de fotografías reveladas por minuto viene dado por la función f(x), donde x es la antigüedad de la máquina en años.

$$f(x)=\begin{cases} 15{,}5-1{,}1x & 0\le x\le 5 \\ \dfrac{5x+45}{x+2} & x>5 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de f(x) en el intervalo $[0, +\infty[$.

b) Comprueba que el número de fotografías reveladas por minuto decrece con la antigüedad de la máquina. Justifica que si la máquina tiene más de 5 años revelará menos de 10 fotografías por minuto.

c) ¿Es cierto que la máquina nunca revelará menos de 5 fotografías por minuto? ¿Por qué?

Julio 2015

7. *Calcula:*

a) Todas las asíntotas verticales y horizontales de la función $$f(x)=\frac{2x^3+2x-1}{x^3-9x}$$

b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $g(x)=x^4+4x^3+4x^2-8$.

c) Los máximos y mínimos de la función *g(x)* del apartado anterior.

Junio 2015

8. *El rendimiento de un estudiante durante las primeras 6 horas de estudio viene dado (en una escala de 100) por la función:*

$$R(t)=\frac{700t}{4t^2+9}$$

donde t es el número de horas transcurrido.

a) Calcula el rendimiento a las 3 horas de estudio.

b) Determina la evolución del rendimiento durante la primeras 6 horas de estudio (cuándo aumenta y cuándo disminuye). ¿Cuál es el rendimiento máximo?

c) Una vez alcanzado el rendimiento máximo, ¿en qué momento el rendimiento es igual a 35?

Junio 2015

9.

Dada la función $$f(x)=\frac{x^2-8x+16}{x^2-8x+15},$$ se pide:

10. a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos locales.

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

Junio 2014

11.

ea la función $$f(x)=\begin{cases}\dfrac{a}{x} & 2\le x<5\\ x^2-3x-8 & 5\le x\le 7\end{cases}$$

a) Calcula el valor de *a* para el que *f(x)* es continua en el intervalo [2 , 7].

b) Para a = 15, estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ en el intervalo [2 , 7].

c) Calcula $\int_5^6 f(x)\,dx$

Junio 2014

12. *En una sesión, el valor de cierta acción, en euros, vino dado por la función:*

$$f(x)=\begin{cases}-x+15 & 0\le x\le 3\\ x^2-8x+26 & 3<x\le 6\\ 2x+2 & 6<x\le 8\end{cases}$$

Donde x representa el tiempo, en horas, transcurrido desde el inicio de la sesión. Se pide:

a) Estudiar la continuidad de *f(x)*.

b) Calcular el valor máximo y el valor mínimo que alcanzó la acción.

c) ¿En qué momentos convino comprar y vender para maximizar el beneficio? ¿Cuál hubiera sido este?

Junio 2014

13. *Dada la función* $f(x) = (x-1)^2 (x+2)^2$*, se pide:*

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

d) El valor de la integral definida de *f(x)* entre $x=-1$ y $x=1$.

Junio 2014

14. *Una cadena de montaje está especializada en la producción de cierto modelo de motocicleta. Los costes de producción en euros, C(x), están relacionados con el número de motocicletas fabricadas, x, mediante la siguiente expresión:*

$$C(x) = 10\,x^2 + 2000\,x + 250000$$

Si el precio de venta de cada motocicleta es 8000 euros y se venden todas las motocicletas fabricadas, se pide:

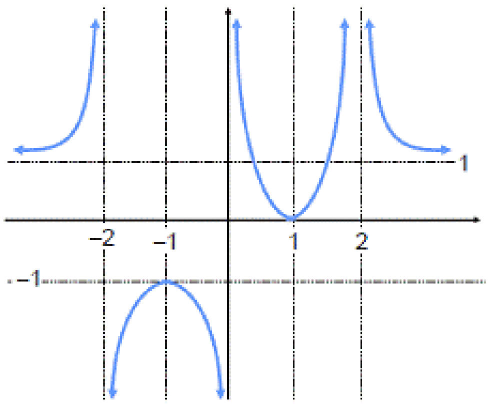
a) Definir la función de ingresos que obtiene la cadena de montaje en función de las ventas de las motocicletas producidas.

b) ¿Cuál es la función que expresa los beneficios de la cadena de montaje?

c) ¿Cuántas motocicletas debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán estos beneficios?

Julio 2013

15. *La gráfica de la función $f(x)$ es la siguiente:*



Se pide:

a) Su dominio y puntos de intersección con los ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

c) Valores de x para los que la función derivada de *f(x)* es positiva, negativa o nula, respectivamente.

d) El valor de los siguientes límites $\lim_{x \to \infty} f(x)$ $\lim_{x \to 0^{+¿}} f(x)$

e) Calcular $\int_0^1 (x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4)\,dx$

Julio 2013

16. *Dada la función* $f(x) = \dfrac{-x^2 + 4x - 4}{x^2 - 4x + 3}$ *, se pide*

a) Su dominio y puntos de corte con os ejes coordenados.

b) Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Máximos y mínimos locales.

e) Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

Junio 2013

17. *Dada la función*

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & si \quad -2\le x<0 \\ x^2-2x+2 & si \quad 0\le x<3 \\ 3x-1 & si \quad 3\le x\le 5 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función en todos los puntos del intervalo [– 2 , 5].

b) Calcula los máximos y mínimos absolutos de f(x) en el intervalo [– 2 , 5/2]

c) Calcula $\int_0^1 f(x)\,dx$

Junio 2013

18. Se estima que el beneficio anual *B(t)*, en %, que produce cierta inversión viene determinado por el tiempo *t* en meses que se mantiene dicha inversión a través de la siguiente expresión:

$$B(t)=\frac{36t}{t^2+324}+1,\ t\ge 0.$$

a) Describe la evolución del beneficio en función del tiempo durante los primeros 30 meses.

b) Calcula, razonadamente, cuánto tiempo debe mantenerse dicha inversión para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es el beneficio máximo?

c) ¿Cuál sería el beneficio de dicha inversión si ésta se mantuviera en el tiempo de forma indefinida?

Septiembre 2012

19. *Sea la función* $f(x) = (x^2 + x)^2$ *. Se pide*

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las ecuaciones de sus asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales.

e) La representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

Septiembre 2012

20. *Dibuja la gráfica de la función y = f(x) sabiendo que:*

a) Está definida para todos los valores de x salvo para x = 1, siendo la recta x = 1 la única asíntota vertical.

b) La recta y = 3 es la única asíntota horizontal.

c) El único punto de corte con los eje es el (0 , 0)

d) La derivada de la función y = f(x) sólo se anula en x = 3/2.

e) $f'(x) < 0$ en el conjunto $]-\infty , 1 [\cup] 1 , 3/2 [$.

f) $f'(x) > 0$ en el intervalo $] 3/2 , +\infty [$.

g) f(3/2) = 13/2

Junio 2012

21. *Una empresa dispone de 15 comerciales que proporcionan unos ingresos por ventas de 5750 euros mensuales cada uno. Se calcula que por cada nuevo comercial que contrate la empresa los ingresos de cada uno disminuyen en 250 euros. Calcula:*

a) Los ingresos mensuales de la empresa proporcionados por los 15 comerciales.

b) La función que determina los ingresos mensuales que se obtendrían si se contrataran x comerciales más.

c) El número total de comerciales que debe tener la empresa para que los ingresos por este medio sean máximos.

d) Los ingresos máximos.

Junio 2012

22.

Sea la función $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$. Calcula:

23. a) Ecuación de las asíntotas verticales y horizontales, si las hay.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

Junio 2011

24. *Dada la función*

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & si \quad 0 \le x < 1 \\ x - 1 & si \quad 1 \le x \le 3 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función en el intervalo [0 , 3].

b) Calcula los máximos y mínimos absolutos de f(x).

c) Calcula el área de la región determinada por la gráfica de la función y las rectas x = 0, y = 0 y x = 3.

Junio 2011