IES GAIA – Sant Vicent del Raspeig – 2º BACH – 10 EJERCICIOS

1) En una ciudad, el 40% de la población tiene cabellos negros, el 25% tiene ojos negros y el 15% tiene cabellos y ojos negros. Se escoge una persona al azar:

a) Si tiene los cabellos negros, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos negros?
b) Si tiene ojos negros, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos negros?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos ni ojos negros?

2) Una urna contiene 15 bolas amarillas y 18 azules. Se extrae una bola y se reemplaza por dos del otro color. A continuación, se extrae una segunda bola,

a) Probabilidad de que la segunda bola sea azul.
b) Probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.

3) Considera las matrices $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula el valor de a de forma que se cumpla que AB=BA
b) Para a=2, encuentra una matriz tal que AXA=B

4) Desde una barca se dispara una bengala de salvamento marítimo que se apaga al cabo de 4 minutos. En este intervalo de tiempo, se comprueba que la intensidad lumínica de la bengala en función del tiempo, medida en porcentajes del 0% al 100%, queda perfectamente descrita por la expresión $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$, en el que el tiempo t varía entre 0 y 4 minutos.

a) Calcular para qué valor de t el porcentaje de intensidad lumínica será máximo.
b) Si desde la costa la bengala sólo es visible cuando su intensidad lumínica es superior al 75%, ¿cuál es el intervalo de tiempo en que será visible desde la costa y, por tanto, será más factible el salvamento?

5) Considera las matrices $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$ donde m y n son números reales,

a) Comprueba que se cumple la igualdad (A-B) (A+B) = A2 – B2
b) Halla el valor de m y n de forma que las matrices B y C sean conmutativas, es decir BC=CB

6) Tenemos unas cuantas monedas de un euro distribuidas en tres pilas. Pasamos doce monedas de la tercera pila en la segunda y, a continuación, pasamos diez de la segunda pila en la primera. Una vez hecho esto, las tres pilas tienen la misma cantidad de monedas. Averigüe la cantidad de monedas que había inicialmente cada pila si sabemos que en total hay 51 monedas.

7) Un taller de joyería dispone de 150 gramos de plata y de 180 horas de trabajo para producir dos modelos de anillos. Para hacer un anillo del modelo A se necesitan 6 gramos de plata y 3 horas de trabajo, mientras que para hacer un del modelo B se necesitan 2 gramos de plata y 6 horas de trabajo. Los anillos de los modelos A y B proporcionan, respectivamente, 35 y 55 euros de beneficio por unidad. Sabiendo que se venderá toda la producción, determine cuántos anillos de cada modelo hay que producir para obtener el máximo beneficio e indique cuál es este beneficio.

8) El 75 % de los alumnos del IES GAIA que tienen vídeo consola ha recibido propaganda de un determinado vídeo juego y el 25% restante no. El 30% de los que recibieron la propaganda ha utilizado después dicho vídeo juego y también lo ha hecho el 5% de los que no la recibieron. Calcular de forma razonada:

a) La probabilidad de que un alumno del IES GAIA con vídeo consola seleccionado al azar haya utilizado este vídeo juego.

b) La probabilidad de que un alumno del IES GAIA con vídeo consola seleccionado al azar haya recibido propaganda y no haya utilizado el vídeo juego.

9) Dada la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} -x & x<-1 \\ x-1 & -1\le x<4 \\ x^2-2x-6 & 4\le x<6 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función f(x) en el intervalo $]-2\,,6\,[$.

b) Calcula el área de la región del plano limitada por $y = f(x)$ y por las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 5$.

10) Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{25-x^2}$, se pide

a) Su dominio y sus puntos de corte con los ejes coordenados.
b) Las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales.
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Los máximos y mínimos locales.
e) La representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

11) Dada la función $f(x) = (x-1)^2\,(x+2)^2$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Máximos y mínimos locales.
d) El valor de la integral definida de f(x) entre $x = -1$ y $x = 1$.

12) Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x\ge \dfrac{y}{2} \\ 760x+370y\le 94500 \\ y+\dfrac{x}{2}\ge 100 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función $f(x,y) = x + y$ en esta región. ¿En qué punto se alcanza?

13) Sabiendo que $P(A) = 0{,}3$; $P(B) = 0{,}4$ y $P(B/A) = 0{,}2$, contesta las siguientes cuestiones:

a) Calcula $P\left(A\cup\overline{B}\right)$ b) $P\left(\overline{A}\cup B\right)$ c) $P\left(A/B\right)$ d) $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)$

e) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$ f) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?

14) Dos matrices A y B satisfacen las siguientes igualdades:

$$A+B=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix},\quad A-B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A y B.
b) Calcula la matriz X sabiendo que A X A = B