PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD. BLOQUE ÁLGEBRA

1. Una agencia inmobiliaria tiene tres locales en alquiler, por los que ha cobrado en total 1650 euros en este mes. La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia. Se sabe también que el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos. ¿Cuántos euros cobra la agencia por cada uno de los tres locales que tiene en alquiler?
Junio 2022

2. Consideramos las matrices $A=\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Justifica cuales de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúa las que sean realizables.
   a.1) $B + 2CA$ *(1 punto)*
   a.2) $A – (BC)^T$, siendo $(BC)^T$ la matriz traspuesta de BC. *(2 puntos)*
   a.3) CAB *(2 puntos)*

b) Resuelve la ecuación matricial

$$\frac{1}{5}(B + AX) = C^T,$$

siendo C^T la matriz traspuestas de C. *(5 puntos)*
Julio 2022

3. Una empresa está especializada en la preparación de mezclas de café. Utilizando café colombiano, brasileño y keniata, la empresa quiere comercializar paquetes de 1 kg con un coste de 8,50 € el paquete. El precio de un kilo de cada clase de café es, respectivamente, de 10 €, 6 € y 8 €. Sabiendo que la cantidad de café colombiano de la mezcla ha de ser el triple de la de café brasileño, calcula el porcentaje de cada tipo de café que ha de utilizarse en la mezcla.
Julio 2021

4. Consideramos las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcula la inversa de la matriz $A – B$. *(3 puntos)*

b) Calcula la matriz X de dimensión 2x3, que satisface la ecuación $X A + C = X B$. *(4 puntos)*

c) ¿Es posible hacer el producto $B C$? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. ¿Es posible hacer el producto $C\ B$? Si la respuesta es afirmativa calcula dicho producto; en caso contrario, justifica el porqué. *(3 puntos)*

Julio 2021

5. En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

Junio 2021

6. Dada las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1- \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Calcula $(AB)^{-1}$. *(4 puntos)*

b) Calcula $C + A\,B$. *(2 puntos)*

c) ¿Son iguales las matrices $C^{-1} + (A\,B)^{-1}$ y $(C + A\,B)^{-1}$? *(4 puntos)*

Septiembre 2020

7. Una fábrica de juguetes artesanales produce camiones, marionetas y rompecabezas de madera. Para fabricar un camión necesita dos kilos de madera y tres horas de trabajo, mientras que para una marioneta necesita quinientos gramos de madera y cuatro horas de trabajo. En el caso de los rompecabezas necesita ochocientos gramos de madera y tres horas y media de trabajo para producir uno. Durante una semana, la empresa ha puesto en el mercado 89 juguetes utilizando exactamente 91 kilos de madera y 313 horas de trabajo. Determina el número de camiones, de marionetas y de rompecabezas producidos.

Septiembre 2020

8. Dada las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Calcula $(AB)^{-1}$. *(3 puntos)*

b) Calcula $A\,B^t - A^t\,B$. *(3 puntos)*

c) Resolver la ecuación $B^t X + A^t B = A^t$. *(4 puntos)*

siendo A^t y B^t las matrices traspuestas de A y B, respectivamente.

Julio 2020

9. Una matriz cuadrada A se dice que es ortogonal si tiene inversa y dicha inversa coincide con su matriz traspuesta. Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

a) Calcula el determinante de A *(3 puntos)*

b) Comprueba que A es una matriz ortogonal. *(3 puntos)*

c) Resuelve el sistema de ecuaciones $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. *(4 puntos)*

Julio 2019

10. Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad y \quad C=\begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 8 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Calcula A^{-1}

b) Calcula una matriz X, de orden 3x3, que cumpla $A\,X = C$

Junio 2018

11. Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y el vector } c=\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

a) Calcula el determinante de la matriz A y calcula A^{-1}. *(2 + 4 puntos)*

b) Determina el vector x que verifica $A\,x = B^t\,c$, donde B^t representa la matriz traspuesta de B. *(4 puntos)*

Julio 2018

12. Un inversor decidió invertir un total de 42000 € entre tres productos:
a) Una cuenta de ahorros por la que recibe unos intereses anuales del 5%.
b) Un depósito a plazo fijo por el que le pagan unos intereses anuales del 7%.
c) Unos bonos con unos intereses anuales del 9%.
Al cabo de un año, los intereses le han proporcionado un beneficio de 2600 €.
Si los intereses que ha recibido de la cuenta de ahorros son 200 € menos que la suma de los intereses que ha percibido por las otras dos inversiones, ¿qué cantidad invirtió en cada producto?
(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)

Julio 2018

13. Determina las matrices X e Y que satisfacen las relaciones siguientes:

$$X + 2\,Y = A^t + B$$
$$X - Y = A\,B$$

donde A^t representa la matriz traspuesta de A y las matrices A y B son

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Junio 2017

14. Un estudiante obtuvo una calificación de 7,5 puntos en un examen de tres preguntas. En la tercera pregunta obtuvo un punto más que en la segunda y los puntos que consiguió en la primera pregunta quintuplicaron la diferencia entre la puntuación obtenida en la tercera y primera preguntas. ¿Cuál fue la puntuación obtenida en cada una de las preguntas?

Julio 2017

15. Un restaurante ofrece cada día desayunos, comidas y cenas. Los desayunos cuestan 4 euros, las comidas 8 y las cenas 10. El último sábado se sirvieron tantas comidas como desayunos y cena juntos. La recaudación total fue de 1116 euros. La recaudación obtenida con las comidas superó a la de las cenas en 156 euros.

a) ¿Cuántos desayunos, comidas y cenas se sirvieron?

b) ¿Qué beneficio se obtuvo si las ganancias de un desayuno son 2,50 euros, las de una comida 4 euros y las de una cena 5 euros?

(Julio 2016)

16. Dadas las matrices

$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula:

a) $(A-I)^2$.

b) $A \cdot B^t$

c) $A - B^{-1}$

(Julio 2016)

17. Sean las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcular A^{-1}.

b) Determina la matriz X tal que $A X = A + B$.

(Junio 2016)

18. Un comerciante compró 200 kilos de melocotones, 100 de manzanas y 300 de peras. Los vende incrementando un 25% el precio de los melocotones y de las manzanas y un 40% el de las peras. Por la venta de todo el género obtuvo 1087 euros de los que 257 fueron beneficio. Sabiendo que el precio de compra del kilo de melocotones fue 50 céntimos más caro que el del kilo de peras, ¿cuál fue el precio de compra del kilo de cada una de las frutas?

(Junio 2016)

19. Una empresa fabrica dos productos diferentes, P1 y P2, que vende a 300 y 350 € por tonelada (t), respectivamente. Para ello utiliza dos tipos de materias primas (A y B) y mano de obra. Las disponibilidades semanales de las materias primas son 30t de A y 36t de B, y las horas de mano de obra disponibles a la semana son 160. En la tabla siguiente se resumen los requerimientos (en t) de las materias primas y las horas de trabajo necesarias para la producción de una tonelada de cada producto:

	materia prima (t)		
Producto	A	B	Mano de obra (h)
P1	2	3	4
P2	3	1	20

Determina la producción semanal que maximiza los ingresos de la empresa sabiendo que un estudio de mercado indica que la demanda del producto P2 nunca supera a la del producto P1. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

(Julio 2015)

20.

Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

a) Halla la matriz X que satisface la ecuación $A X - B C X = C$.

b) Calcula la matriz inversa de $A^t + B$, donde A^t representa la matriz traspuesta de A.

(Julio 2015)

21. Se dispone de de terreno en las que se desea cultivar patatas y zanahorias. Cada hectárea dedicada al cultivo de patatas necesita de agua de riego al mes, mientras que cada una de zanahorias necesita , disponiéndose mensualmente de un total de de agua para el riego. Por otra parte, las necesidades por hectárea de abono nitrogenado son de kg para las patatas y de kg para las zanahorias, disponiéndose de un total de kg de abono nitrogenado. Si la ganancia por hectárea sembrada de patatas es de 300€ y de 400€ la ganancia por cada hectárea de zanahorias, ¿qué cantidad de hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para maximizar la ganancia? ¿Cuál sería esta?

(Julio 2015)

22. En una sucursal de una agencia de viajes se vende un total de 60 billetes de avión con destino a Londres, París y Roma. Sabiendo que el número de billetes para París es el doble de los vendidos para los otros dos destinos conjuntamente y que para Roma se emiten dos billetes más que la mitad de los vendidos para Londres, ¿cuántos billetes se han vendido para cada uno de los destinos?

(Junio 2015)

23.*Dos matrices A y B satisfacen las siguientes igualdades:*

$$A+B=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 0\end{pmatrix},\quad A-B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$$

a) Calcula A y B.

b) Calcula la matriz X sabiendo que $A\,X\,A = B$

(Julio 2014)

24. Cierta persona invierte un total de 7000 € en acciones de las empresas A y B y en un depósito a 12 meses al 1 %. Pasado un año, vende sus acciones, obteniendo una rentabilidad del 5 % en las acciones de la empresa A y del 3 % en las de B. El beneficio total de sus tres inversiones es 202 €. Determina qué cantidad destinó a cada inversión si sabemos que el dinero total destinado a comprar acciones superó en 2600 € al dinero del depósito.

(Julio 2014)

25. Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq \dfrac{y}{2} \\ 760x + 370y \leq 94500 \\ y + \dfrac{x}{2} \geq 100 \end{cases}$$

y calcula sus vértices. ¿Cuál es el máximo de la función $f(x,y) = x + y$ en esta región. ¿En qué punto se alcanza?

(Junio 2014)

26. Después de aplicar un descuento del 10% a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3,96 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Calcula el precio original de cada objeto.

(Junio 2014)

27. *Sean las matrices:*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Resuelve la ecuación $X\,A\,B - X\,C = .$

(Julio 2013)

28. *Un estudiante reparte propaganda publicitaria para conseguir ingresos. Le pagan 8 cts. de euro por cada impreso colocado en el parabrisas de un coche y 12 cts. por cada uno depositado en un buzón. Ha calculado que cada día puede repartir como máximo 150 impresos y la empresa le exige diariamente que la diferencia entre los colocados en coche y el doble de los colocados en buzones no sea inferior a 30 unidades. Además, tiene que introducir en buzones al menos 15 impresos diariamente. ¿Cuántos impresos debe colocar en coches y buzones para maximizar sus ingresos diarios? ¿Cuál es este ingreso máximo?*

(Julio 2013)

29. Resuelve las siguientes cuestiones:

a) Calcula las matrices X e Y sabiendo que $X + Y = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $2X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$.

b) Obtén la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

c) Obtén la matriz X tal que $X A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

Junio 2013

30. Una persona adquirió en el mercado cierta cantidad de unidades de memoria externa, de lectores de libros electrónicos y de tabletas gráficas a un precio de 100, 120 y 150 euros la unidad, respectivamente. El importe total de la compra fue de 1160 euros y el número total de unidades adquiridas 9. Además, compró una unidad más de tabletas gráficas que de lectores de libros electrónicos. ¿Cuántas unidades adquirió de cada producto?

(Junio 2013)

31. Plantea y escribe el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz de coeficientes es

$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y cuyo término independiente es $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(Septiembre 2012)

32. ***Sea el siguiente sistema de inecuaciones lineales:***

$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x+y \leq 2 \\ -x+y \leq 1 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$$

a) Resuélvelo gráficamente.

b) Halla el máximo y el mínimo de la función $z = 2x + y$ en el conjunto solución de dicho sistema.

(Septiembre 2012)

33. Un comerciante quiere invertir hasta 1000 euros en la compra de dos tipos de aparatos, A y B, pudiendo almacenar en total hasta 80 aparatos. Cada aparato de tipo A le cuesta 15 euros y lo vende a 22, cada uno del tipo B le cuesta 11 y lo vende a 17 euros. ¿Cuántos aparatos debe comprar de cada tipo para maximizar su beneficio? ¿Cuál es el beneficio máximo?

(Junio 2012)

34. **PROBLEMA 1.** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & -6\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, obtén todas las matrices de la forma $X=\begin{pmatrix}x & 0\\ y & z\end{pmatrix}$ que satisfacen la relación $AX-XA=B$.

(Junio 2012)

35. El dueño de una tienda de golosinas dispone de 10 paquetes de pipas, 30 chicles y 18 bombones. Decide que para venderlas mejor va a confeccionar dos tipos de paquetes. El tipo A estará formado por un paquete de pipas, dos chicles y dos bombones y se venderá a 1,50 euros. El tipo B estará formado por un paquete de pipas, cuatro chicles y un bombón y se venderá a 2 euros. ¿Cuántos paquetes de cada tipo conviene preparar para conseguir los ingresos máximos? Determina los ingresos máximos.

(Septiembre 2011)

36.***Sean las matrices***

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & -2\end{pmatrix}\quad y\quad D=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 8 & 3\end{pmatrix}$$

a) Calcula $A\,B + 3\,C$

b) Determina la matriz X que verifica $A\,X + I = D$, donde I es la matriz identidad.

(Septiembre 2011)

37. Un comerciante vende tres tipos de relojes, A, B y C. Los del tipo A los vende a 200 euros, los del tipo B a 500 euros y los del tipo C a 250 euros. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. Si la cantidad de los que vendió ese mes del tipo B fue igual a los que vendió de tipo A y de tipo C conjuntamente, calcula cuántos vendió de cada tipo si la recaudación de ese mes fue de 73500 euros.

(Junio 2011)

38.*Dadas las matrices:*

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -1 & 4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & -1\end{pmatrix}\quad y\quad C=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$$

a) Calcula la matriz inversa de la matriz C.

b) Obtén la matriz X que verifica $A\,X + B^t = C$, siendo B^t la matriz traspuesta de B.

(Junio 2011)

39.Un ganadero dispone de alimento concentrado y forraje para alimentar sus vacas. Cada kg. de alimento concentrado contiene 300 gr. de Proteína Cruda (PC), 100 gr. de Fibra Cruda (FC) y 2 Mcal. de Energía Neta de Lactancia (ENL) y su coste es 11 euros. Por su parte, cada kg. de forraje contiene 400gr. de PC, 300 gr. de FC y 1 Mcal. de ENL, siendo su coste de 6,50 euros. Determina la ración alimenticia de mínimo coste si sabemos que cada vaca debe ingerir al menos 3500 gr. de PC, 1500 gr. de FC y 15 Mcal. de ENL. ¿Cuál es su coste?

(Septiembre 2010)

40.En un cine se han vendido en una semana un total de 1405 entradas y la recaudación ha sido de 7920 euros. El precio de la entrada normal es de 6 euros y la del día del espectador 4 euros. El precio de la entrada para los jubilados es siempre de 3 euros. Se sabe, además, que la recaudación de las entradas de precio reducido es igual al 10% de la recaudación de las entradas normales. ¿Cuántas entradas de cada tipo se han vendido?

(Septiembre 2010)

41.En un horno mallorquín se fabrican dos tipos de ensaimadas, grandes y pequeñas. Cada ensaimada grande requiere para su elaboración 500 g. de masa y 250 g. de relleno, mientras que una pequeña requiere 250 g. de masa y 250 g. de relleno. Se dispone de 20 kg. de masa y 15 kg. de relleno. El beneficio obtenido por la venta de una ensaimada grande es de 2 euros y el de una pequeña es de 1,5 euros.

a) ¿Cuántas ensaimadas de cada tipo tiene que fabricar el horno para que el beneficio obtenido sea máximo?

b) ¿Cuál es el beneficio máximo?

(Junio 2010)

42.*Obtén la matriz X que verifica:*

$$2\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(Junio 2010)