Bioestadística

Sesión 2: Modelos de probabilidad Distribución normal.

José Aurelio Pina Romero

Ja.pina@ua.es

Bioestadística – Grado Enfermería

UA- Departamento de Enfermería

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

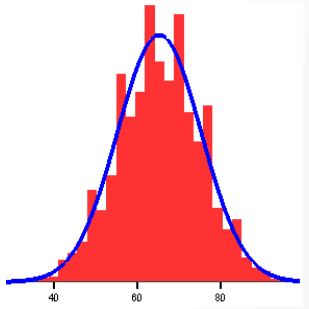
cc BY NC SA

¿Qué vamos a ver?

- Distribución Normal
- Ejercicios sobre la distribución normal estándar

Función de densidad (V. Continuas)

- Se define como función de densidad de probabilidad f(x) a una función no negativa que verifica: $f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
  - Piénsalo como la generalización del histograma con frecuencias relativas para variables continuas.



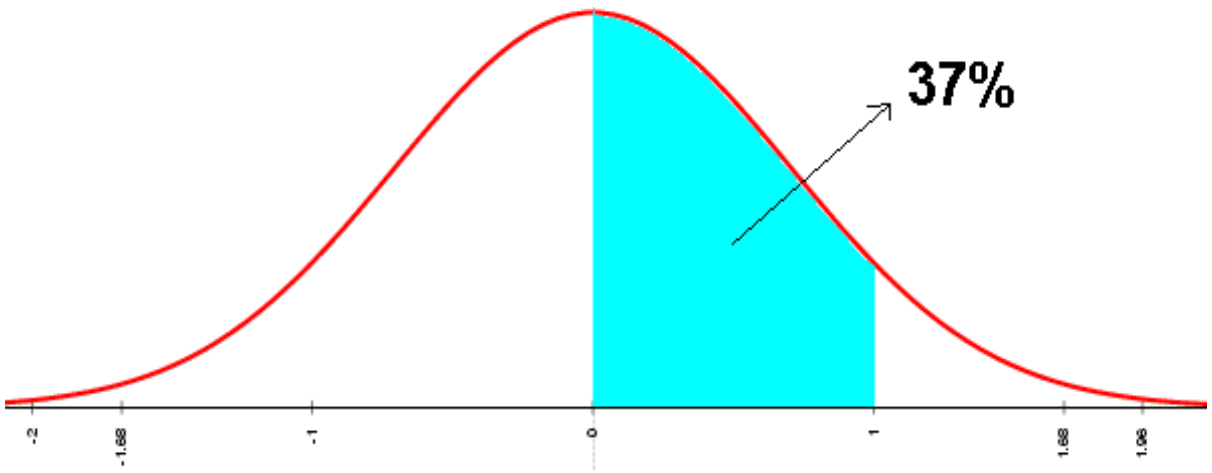
- ¿Para qué lo voy a usar?
  - Nunca lo vas a usar directamente.
  - Sus valores no representan probabilidades.

¿Para qué sirve la f. densidad?

- Muchos procesos aleatorios vienen descritos por variables de forma que son conocidas las probabilidades en intervalos.

- **La integral definida** de la función de densidad en dichos intervalos **coincide con la probabilidad de los mismos**.

- Es decir, identificamos la probabilidad de un intervalo con el **área** bajo la función de densidad.



Distribución normal o de Gauss

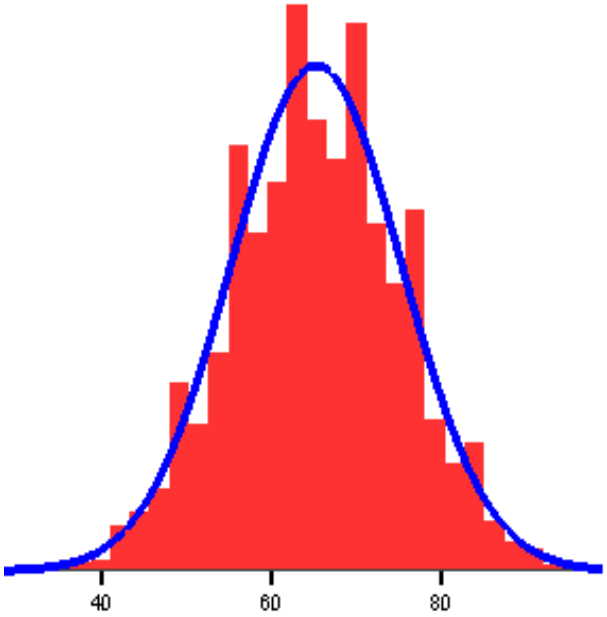
- Aparece de manera natural:
  - Errores de medida.
  - Distancia de frenado.
  - Altura, peso, propensión al crimen…

- Está caracterizada por dos parámetros: La media, μ, y la desviación típica, σ.

- Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Función de densidad (V. Continuas)



$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

https://www.geogebra.org/m/xsk3cb88

Tipificación

- Dada una variable de media μ y desviación típica σ, se denomina valor tipificado,z, de una observación x, a la distancia (con signo) con respecto a la media, medido en desviaciones típicas, es decir

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- En el caso de variable X normal, la interpretación es clara: Asigna a todo valor de N(μ, σ), un valor de N(0,1) que deja **exáctamente la misma probabilidad** por debajo.

- Nos permite así comparar entre dos valores de dos distribuciones normales diferentes, para saber cuál de los dos es más extremo.

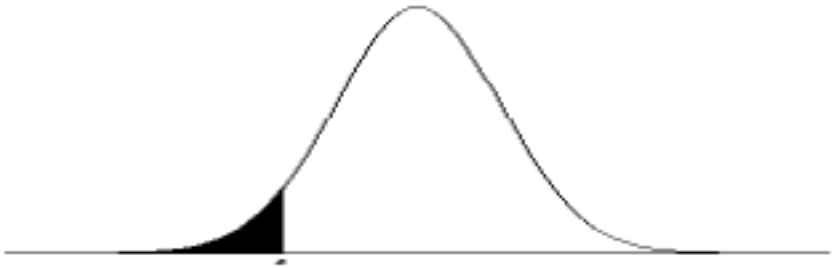
Probabilidades

$$P(X \le x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

$$P(X \le x_1) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{x_1-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \le \frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)$$

TIPIFICAR

Tabla 1: Probabilidad acumulada P(Z≤z) de una normal estándar Z=N(0,1)



Ejemplo: Cálculo con probabilidades normales

El colesterol en la población tiene distribución normal, con media 200 mg/dl y desviación 10mg/dl.

- ¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol inferior a 210 mg/dl?

$P(X<210) =$

¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol inferior a 210 mm/dl?

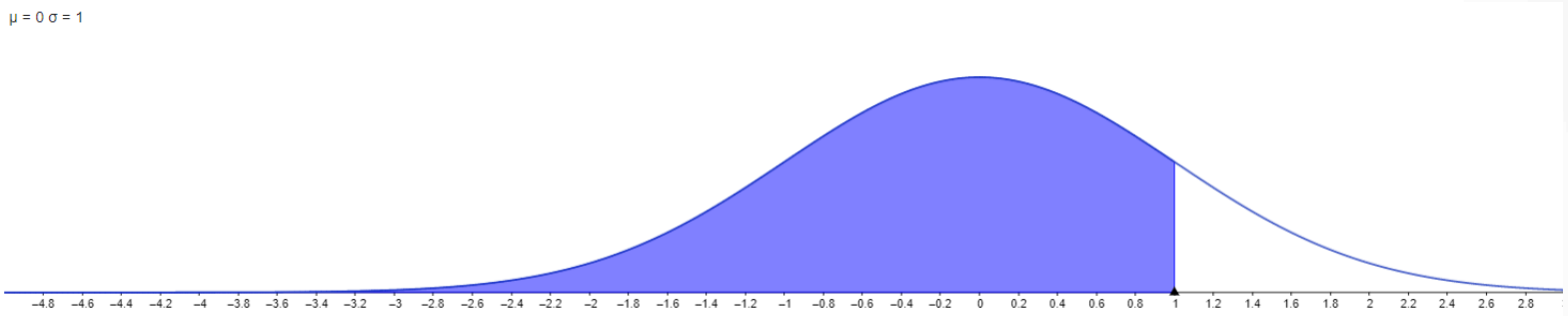
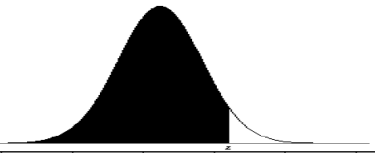


Tabla 1(Cont): Probabilidad acumulada P(Z≤z) de una normal estándar Z=N(0,1)



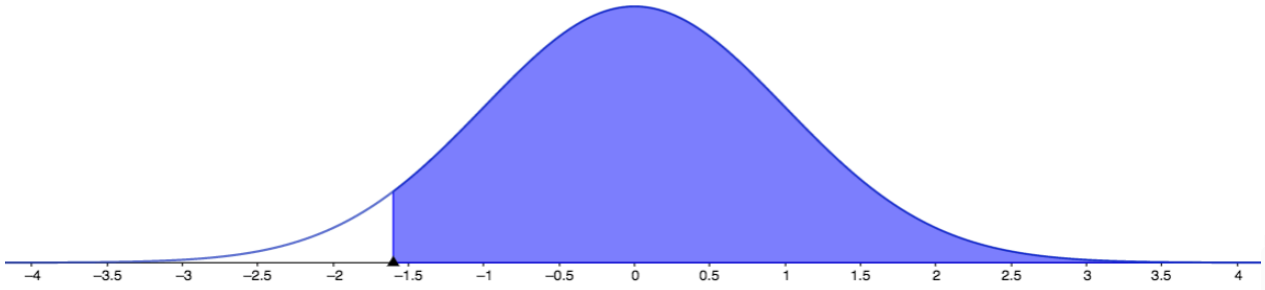
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z
0,00	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586	0,00
0,10	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535	0,10
0,20	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409	0,20
0,30	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173	0,30
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793	0,40
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240	0,50
0,60	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490	0,60
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524	0,70
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327	0,80
0,90	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891	0,90
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298	1,10
1,20	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147	1,20
1,30	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774	1,30
1,40	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189	1,40

Probabilidades

$$P\left(X \geq x_1\right) = \int_{x_1}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 - P\left(X \leq x_1\right)$$

$$P\left(X \geq x_1\right) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{x_1-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)$$

$$P\left(X \geq x_1\right) = 1 - P\left(X \leq x_1\right) = 1 - P\left(Z \leq \frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)$$



Ejemplo: Cálculo con probabilidades normales

El colesterol en la población tiene distribución normal, con media 200 mg/dl y desviación 10mg/dl.

- ¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol superior a 210 mm/dl?

$P(X>210) =$

¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol superior a 210 mm/dl?

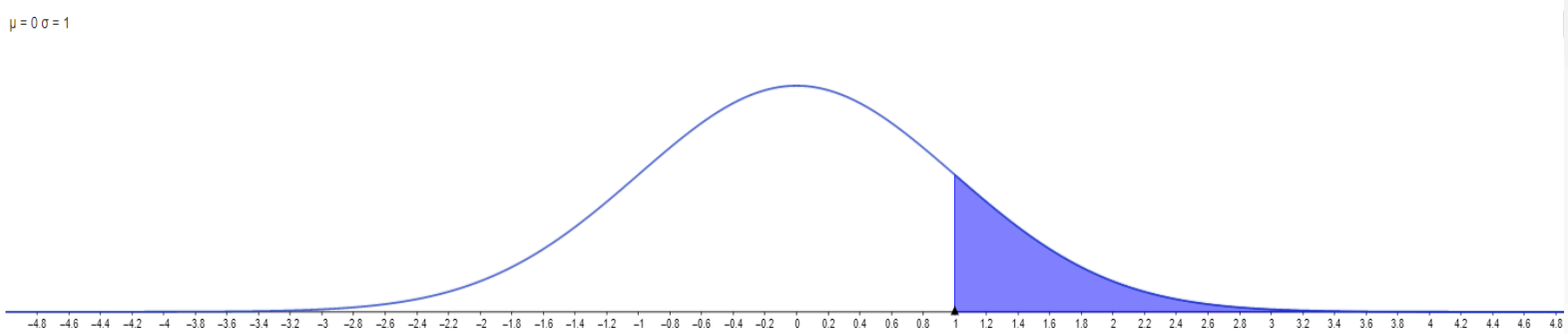


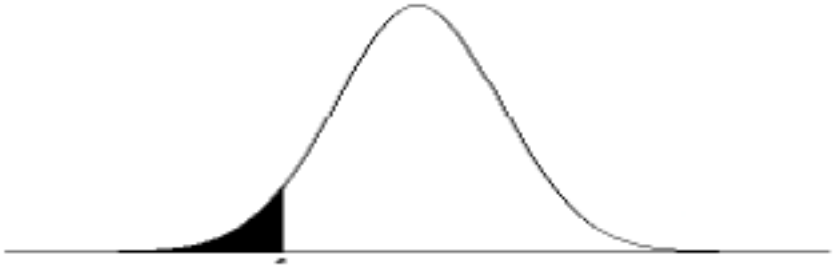
Tabla 1(Cont): Probabilidad acumulada P(Z≤z) de una normal estándar Z=N(0,1)

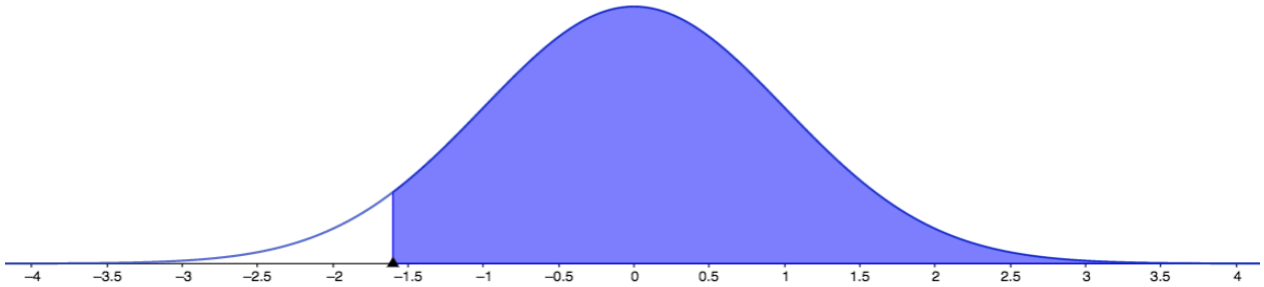
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z
0,00	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586	0,00
0,10	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535	0,10
0,20	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409	0,20
0,30	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173	0,30
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793	0,40
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240	0,50
0,60	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490	0,60
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524	0,70
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327	0,80
0,90	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891	0,90
1,00	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214	1,00
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298	1,10
1,20	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147	1,20
1,30	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774	1,30
1,40	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189	1,40

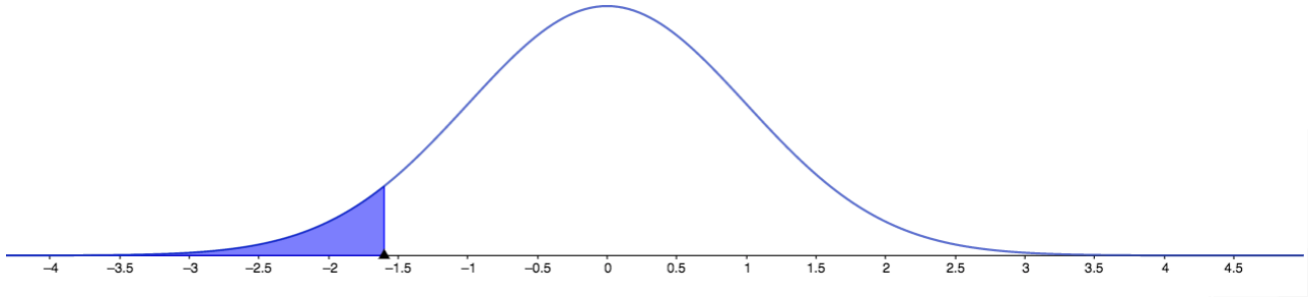
Probabilidades

$P(X \geq x_1) = 1 - P(X \leq x_1)$

Tabla 1: Probabilidad acumulada $P(Z \leq z)$ de una normal estándar $Z=N(0,1)$





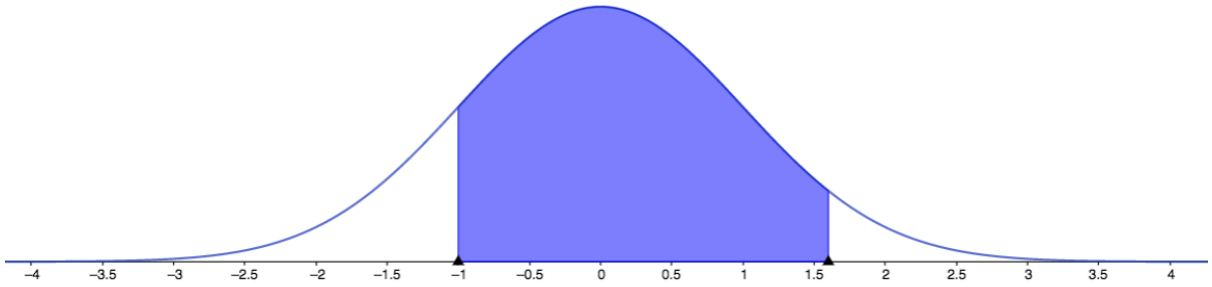


Probabilidades

$$P\left(x_1 \leq X \leq x_2\right) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

$$P\left(x_1 \leq X \leq x_2\right) = P\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) =$$

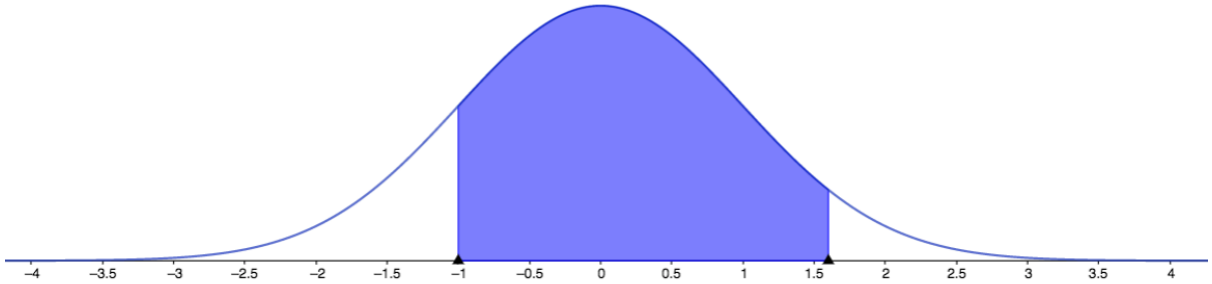
$$= P\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right)$$



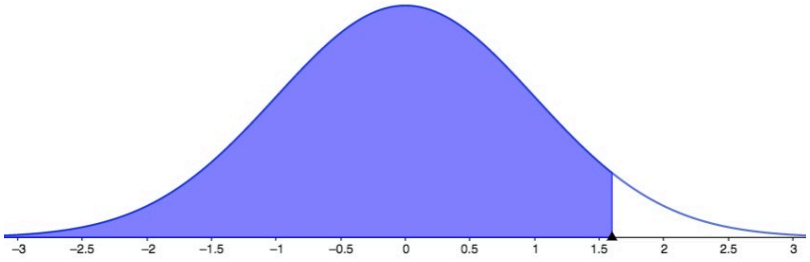
Probabilidades

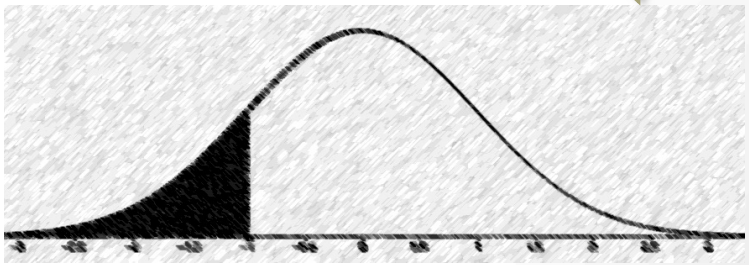
$$P\left(x_1 \leq X \leq x_2\right) = P\left(X \leq x_2\right) - P\left(X \leq x_1\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - P\left(Z \leq \frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right)$$



$P(x_1 \leq X \leq x_2) = P(X \leq x_2) - P(X \leq x_1)$





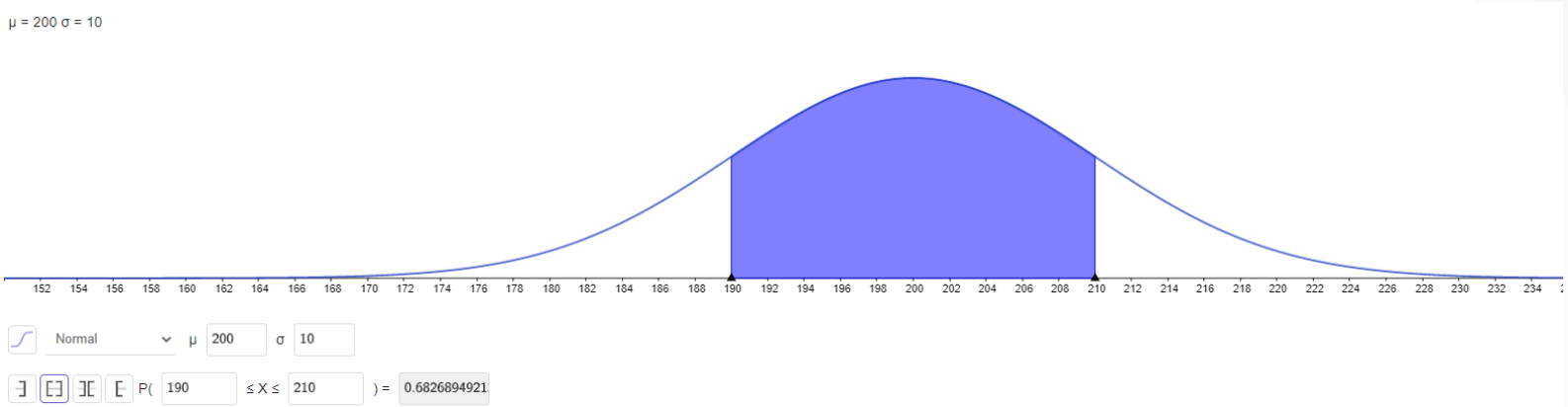
Ejemplo: Cálculo con probabilidades normales

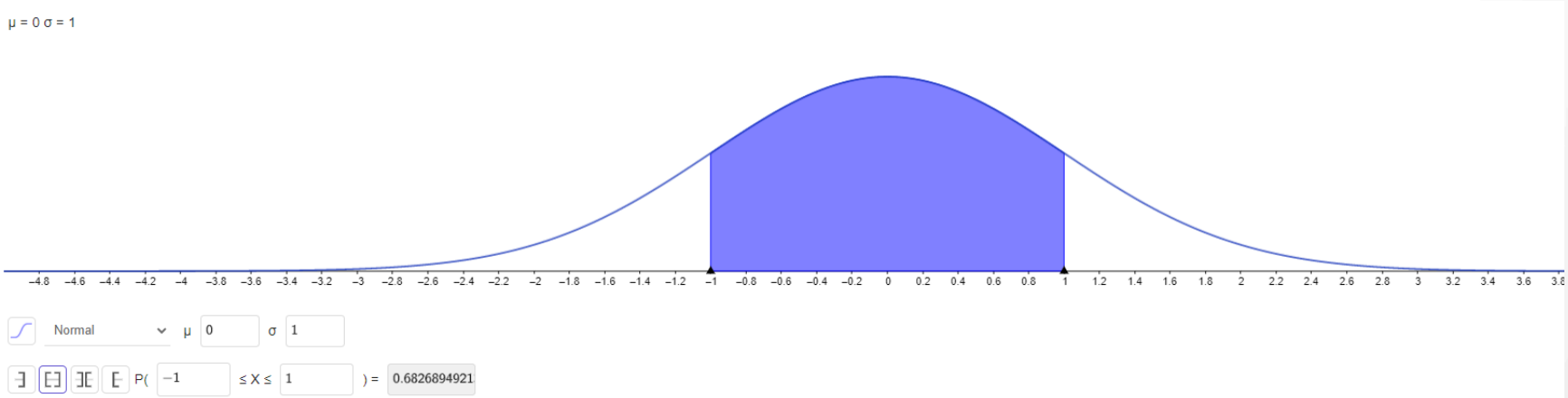
El colesterol en la población tiene distribución normal, con media 200 mg/dl y desviación 10mg/dl.

- ¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol entre 190 y 210 mm/dl?

$P(190<X<210) =$

¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol entre 190 y 210 mm/dl?





Distribución normal o de Gauss

Media: $E(X) = \mu$

Varianza: $V(X) = \sigma^2$

Calculadoras (Casio Classwiz fx-570 SP SXII)

1:DP Normal
2:DA Normal
3:Normal Inversa
4:DP Binomial

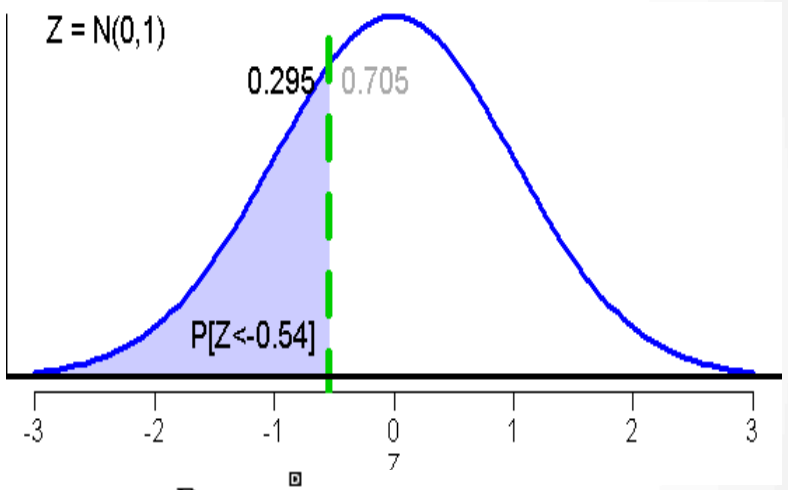
DA Normal
Inf. :-1×10^6
Sup. :210
σ :200

P=

0.8413447461

Calculadoras (Casio Classwiz fx-570 SP SXII)

Calcular P[Z<-0,54]



DA Normal
Inf. :-1000
Sup. :-0.54
σ :1

P=

0.2945985152

DA Normal
Sup. :-0.54
σ :1
μ :0

Calculadoras (Casio Classwiz fx-570 SP SXII)

DA Normal
Inf. :-10
Sup. :-0.54
σ :1

P=

0.2945985152

DA Normal
Sup. :-0.54
σ :1
μ :0

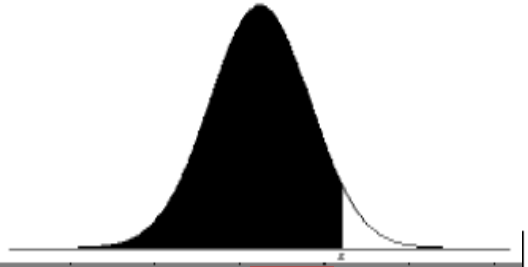
https://youtu.be/63O-qzhsLGE

Tabla N(0,1)

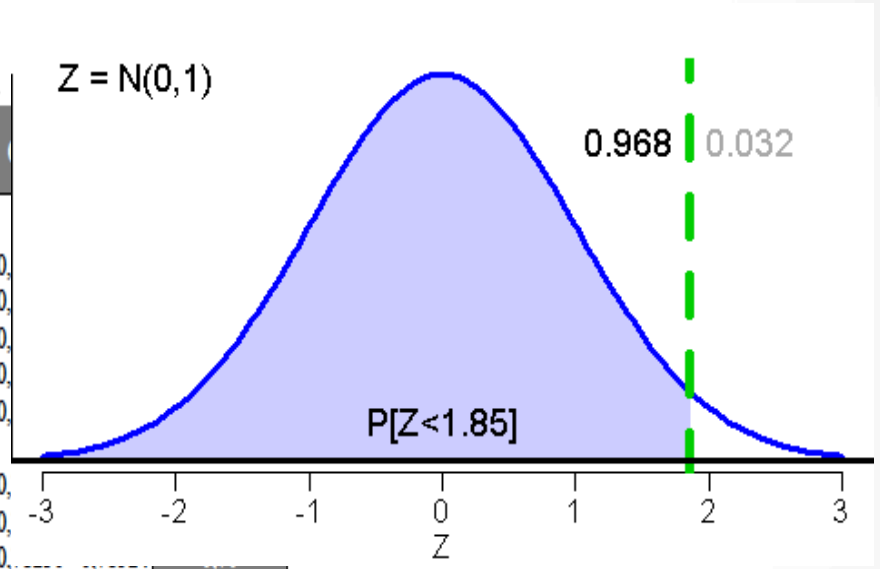
Z es normal tipificada.

Calcular P[Z<1,85]

Tabla 1(Cont): Probabilidad acumulada P(Z≤z) de una normal estándar Z=N(0,1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07			
0,00	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,		
0,10	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,		
0,20	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,		
0,30	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,		
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,		
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,		
0,60	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,		
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,		
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327	0,80
0,90	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891	0,90
1,00	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214	1,00
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298	1,10
1,20	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147	1,20
1,30	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774	1,30
1,40	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189	1,40
1,50	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408	1,50
1,60	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449	1,60
1,70	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327	1,70
1,80	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062	1,80
1,90	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670	1,90



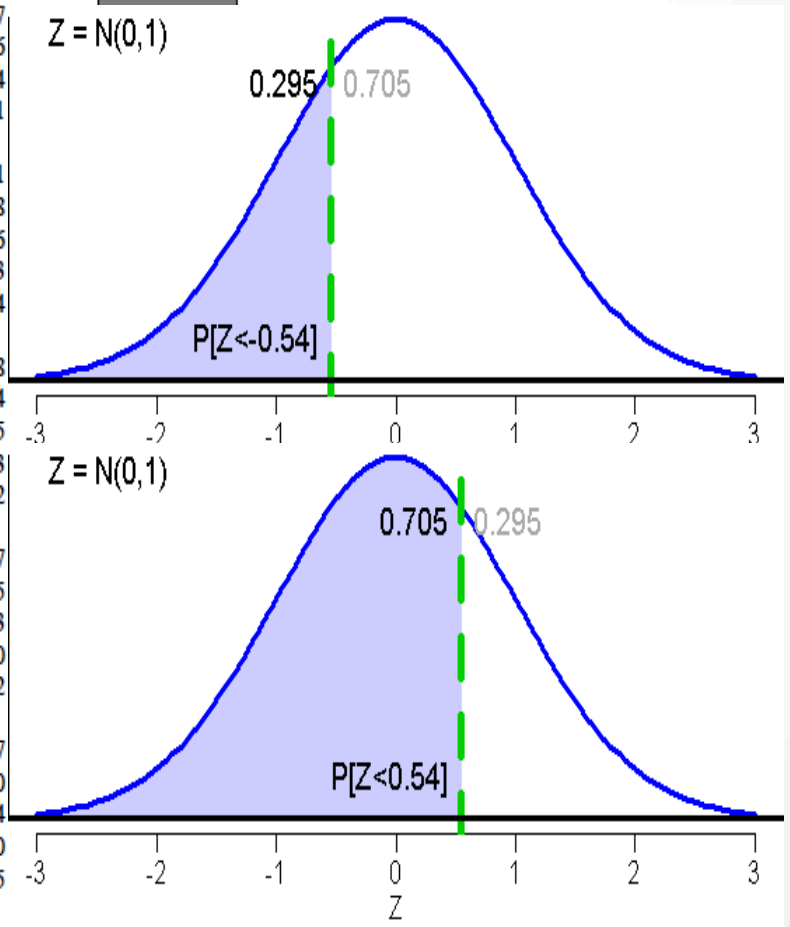
Solución: 0,968 = 96,8%

Tabla N(0,1)

Z es normal tipificada.

Calcular P[Z<-0,54]

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00	z
-3,90	0,00003	0,00003	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00005	0,00005	-3,90
-3,80	0,00005	0,00005	0,00005	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00007	0,00007	0,00007	-3,80
-3,70	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008	0,00009	0,00009	0,00010	0,00010	0,00010	0,00011	-3,70
-3,60	0,00011	0,00012	0,00012	0,00013	0,00013	0,00014	0,00014	0,00015	0,00015	0,00016	-3,60
-3,50	0,00017	0,00017	0,00018	0,00019	0,00019	0,00020	0,00021	0,00022	0,00022	0,00023	-3,50
-3,40	0,00024	0,00025	0,00026	0,00027	0,00028	0,00029	0,00030	0,00031	0,00032	0,00034	-3,40
-3,30	0,00035	0,00036	0,00038	0,00039	0,00040	0,00042	0,00043	0,00045	0,00047		
-3,20	0,00050	0,00052	0,00054	0,00056	0,00058	0,00060	0,00062	0,00064	0,00066		
-3,10	0,00071	0,00074	0,00076	0,00079	0,00082	0,00084	0,00087	0,00090	0,00094		
-3,00	0,00100	0,00104	0,00107	0,00111	0,00114	0,00118	0,00122	0,00126	0,00131		
-2,90	0,00139	0,00144	0,00149	0,00154	0,00159	0,00164	0,00169	0,00175	0,00181		
-2,80	0,00193	0,00199	0,00205	0,00212	0,00219	0,00226	0,00233	0,00240	0,00248		
-2,70	0,00264	0,00272	0,00280	0,00289	0,00298	0,00307	0,00317	0,00326	0,00336		
-2,60	0,00357	0,00368	0,00379	0,00391	0,00402	0,00415	0,00427	0,00440	0,00453		
-2,50	0,00480	0,00494	0,00508	0,00523	0,00539	0,00554	0,00570	0,00587	0,00604		
-2,40	0,00639	0,00657	0,00676	0,00695	0,00714	0,00734	0,00755	0,00776	0,00798		
-2,30	0,00842	0,00866	0,00889	0,00914	0,00939	0,00964	0,00990	0,01017	0,01044		
-2,20	0,01101	0,01130	0,01160	0,01191	0,01222	0,01255	0,01287	0,01321	0,01355		
-2,10	0,01426	0,01463	0,01500	0,01539	0,01578	0,01618	0,01659	0,01700	0,01743		
-2,00	0,01831	0,01876	0,01923	0,01970	0,02018	0,02068	0,02118	0,02169	0,02222		
-1,90	0,02330	0,02385	0,02442	0,02500	0,02559	0,02619	0,02680	0,02743	0,02807		
-1,80	0,02938	0,03005	0,03074	0,03144	0,03216	0,03288	0,03362	0,03438	0,03515		
-1,70	0,03673	0,03754	0,03836	0,03920	0,04006	0,04093	0,04182	0,04272	0,04363		
-1,60	0,04551	0,04648	0,04746	0,04846	0,04947	0,05050	0,05155	0,05262	0,05370		
-1,50	0,05592	0,05705	0,05821	0,05938	0,06057	0,06178	0,06301	0,06426	0,06552		
-1,40	0,06811	0,06944	0,07078	0,07215	0,07353	0,07493	0,07636	0,07780	0,07927		
-1,30	0,08226	0,08379	0,08534	0,08691	0,08851	0,09012	0,09176	0,09342	0,09510		
-1,20	0,09853	0,10027	0,10204	0,10383	0,10565	0,10749	0,10935	0,11123	0,11314		
-1,10	0,11702	0,11900	0,12100	0,12302	0,12507	0,12714	0,12924	0,13136	0,13350		
-1,00	0,13786	0,14007	0,14231	0,14457	0,14686	0,14917	0,15151	0,15386	0,15625		
-0,90	0,16109	0,16354	0,16602	0,16853	0,17106	0,17361	0,17619	0,17879	0,18141	0,18406	
-0,80	0,18673	0,18943	0,19215	0,19489	0,19766	0,20045	0,20327	0,20611	0,20897	0,21186	
-0,70	0,21476	0,21770	0,22065	0,22363	0,22663	0,22965	0,23270	0,23576	0,23885	0,24196	-0,70
-0,60	0,24510	0,24825	0,25143	0,25463	0,25785	0,26109	0,26435	0,26763	0,27093	0,27425	-0,60
-0,50	0,27760	0,28096	0,28434	0,28774	0,29116	0,29460	0,29806	0,30153	0,30503	0,30854	-0,50

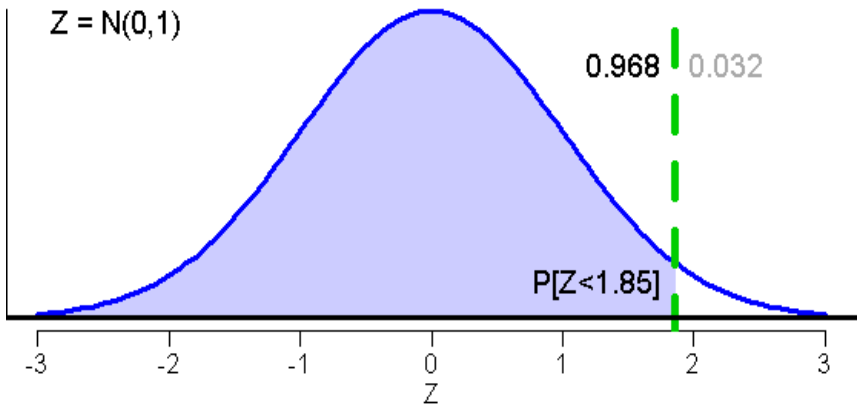


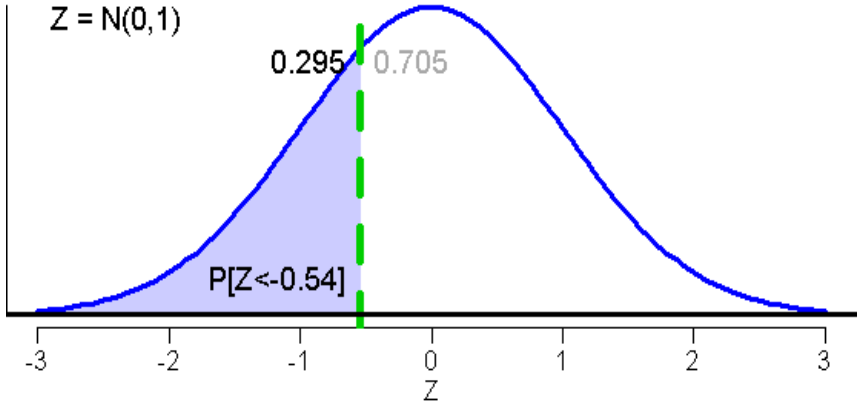
Solución: 1-0,705 = 0,295

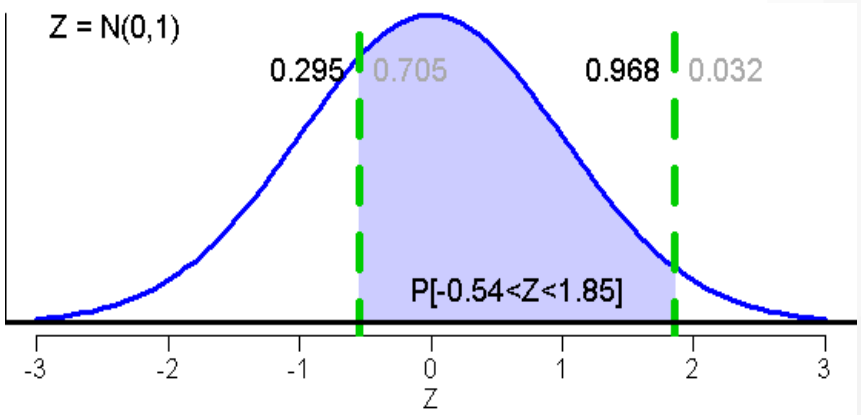
Tabla N(0,1)

Z es normal tipificada.

Calcular P[-0,54<Z<1,85]



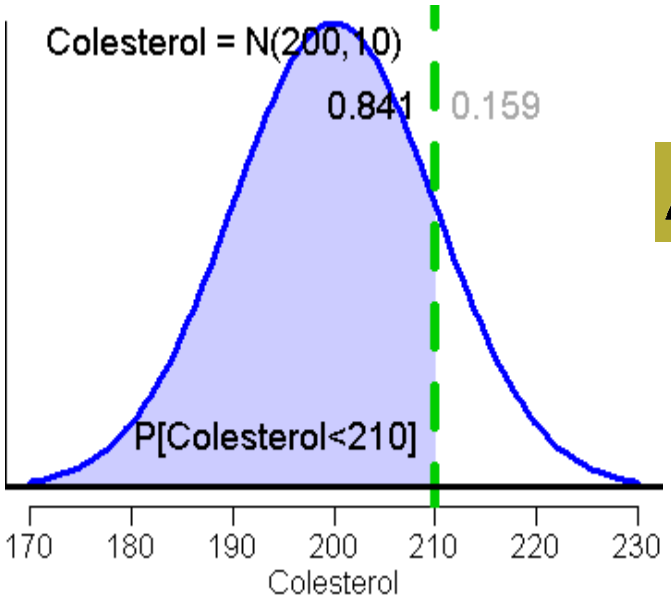


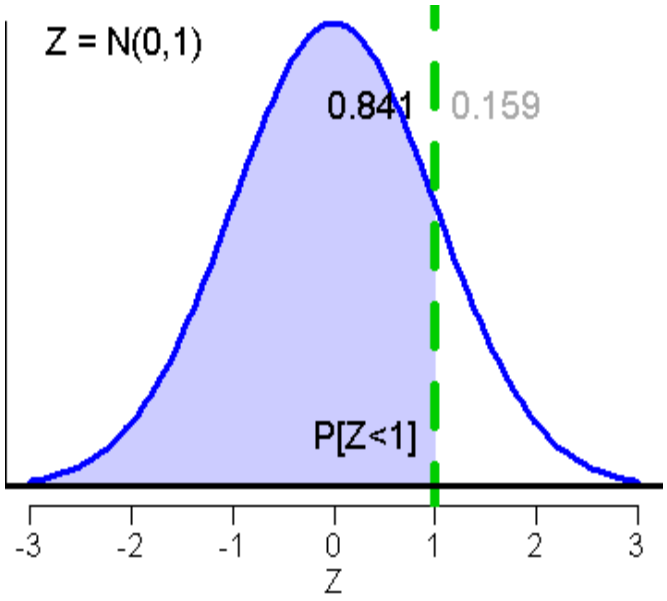


Solución: 0,968-0,295= 0,673

- Todas las distribuciones normales son similares salvo traslación y cambio de escala: Tipifiquemos.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{210 - 200}{10} = 1$$





$$P[Z < 1{,}00] = (\text{ver tabla}) = 0{,}841$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z
0,00	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586	0,00
0,10	,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535	0,10
0,20	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409	0,20
0,30	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173	0,30
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793	0,40
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240	0,50
0,60	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490	0,60
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524	0,70
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327	0,80
0,90	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891	0,90
1,00	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214	1,00
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298	1,10
1,20	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147	1,20
1,30	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774	1,30
1,40	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189	1,40

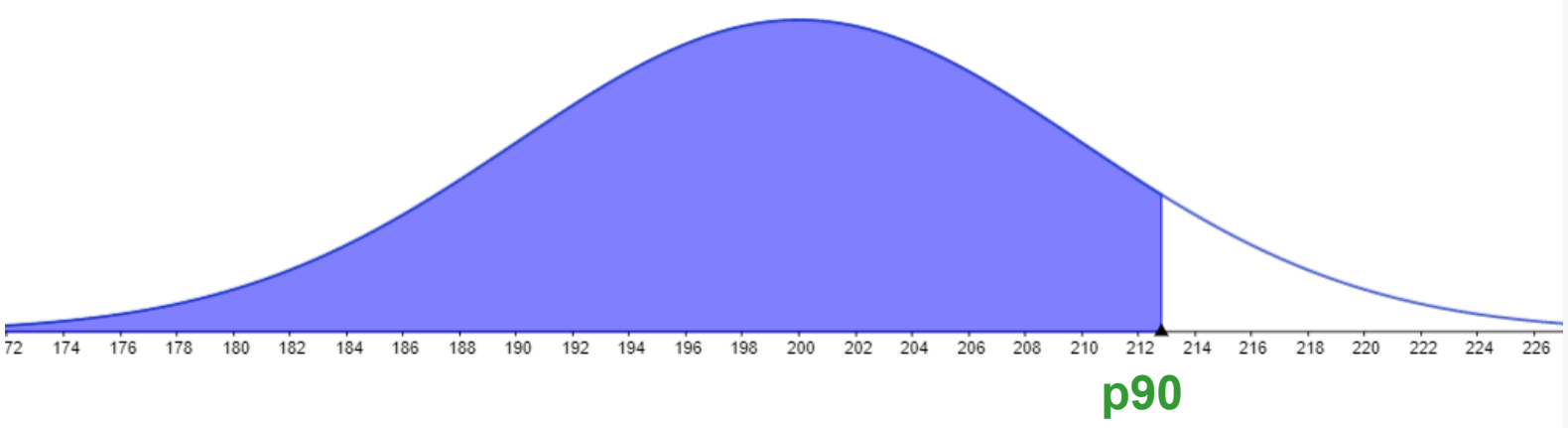
Ejemplo: Cálculo con probabilidades normale

- ¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol inferior a 80?
- ¿Qué porcentaje de individuos tiene colesterol superior a 80?

Ejemplo: Cálculo con probabilidades normales

- ¿Qué valor del colesterol es superado por el 10% de los individuos?

Valor de colesterol superado por el 10% de los individuos



$P(X<p_{90}) = 0,90$

Ejemplo: Cálculo con probabilidades normales

$P(X<p_{90}) = 0,90$

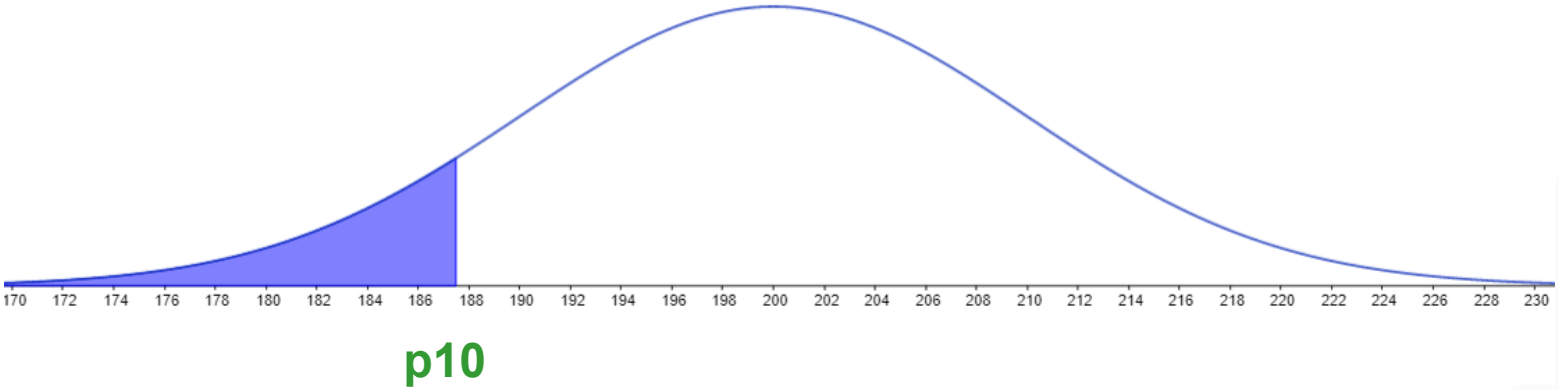
Tabla 2(Cont.): Percentiles z_p de la distribución Normal Z=N(0,1) $P(Z \leq z_p)=p$

p	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	p
0,500	0,000	0,003	0,005	0,008	0,010	0,013	0,015	0,018	0,020	0,023	5,00
0,510	0,025	0,028	0,030	0,033	0,035	0,038	0,040	0,043	0,045	0,048	5,10
0,520	0,050	0,053	0,055	0,058	0,060	0,063	0,065	0,068	0,070	0,073	5,20
0,530	0,075	0,078	0,080	0,083	0,085	0,088	0,090	0,093	0,095	0,098	5,30
0,540	0,100	0,103	0,105	0,108	0,111	0,113	0,116	0,118	0,121	0,123	5,40
0,550	0,126	0,128	0,131	0,133	0,136	0,138	0,141	0,143	0,146	0,148	5,50
0,560	0,151	0,154	0,156	0,159	0,161	0,164	0,166	0,169	0,171	0,174	5,60
0,570	0,176	0,179	0,181	0,184	0,187	0,189	0,192	0,194	0,197	0,199	5,70
0,580	0,202	0,204	0,207	0,210	0,212	0,215	0,217	0,220	0,222	0,225	5,80
0,590	0,228	0,230	0,233	0,235	0,238	0,240	0,243	0,246	0,248	0,251	5,90
0,600	0,253	0,256	0,259	0,261	0,264	0,266	0,269	0,272	0,274	0,277	6,00
0,610	0,279	0,282	0,285	0,287	0,290	0,292	0,295	0,298	0,300	0,303	6,10
0,620	0,305	0,308	0,311	0,313	0,316	0,319	0,321	0,324	0,327	0,329	6,20
0,630	0,332	0,335	0,337	0,340	0,342	0,345	0,348	0,350	0,353	0,356	6,30
0,640	0,358	0,361	0,364	0,366	0,369	0,372	0,375	0,377	0,380	0,383	6,40
0,650	0,385	0,388	0,391	0,393	0,396	0,399	0,402	0,404	0,407	0,410	6,50
0,660	0,412	0,415	0,418	0,421	0,423	0,426	0,429	0,432	0,434	0,437	6,60
0,670	0,440	0,443	0,445	0,448	0,451	0,454	0,457	0,459	0,462	0,465	6,70
0,680	0,468	0,470	0,473	0,476	0,479	0,482	0,485	0,487	0,490	0,493	6,80
0,690	0,496	0,499	0,502	0,504	0,507	0,510	0,513	0,516	0,519	0,522	6,90
0,700	0,524	0,527	0,530	0,533	0,536	0,539	0,542	0,545	0,548	0,550	7,00
0,710	0,553	0,556	0,559	0,562	0,565	0,568	0,571	0,574	0,577	0,580	7,10
0,720	0,583	0,586	0,589	0,592	0,595	0,598	0,601	0,604	0,607	0,610	7,20
0,730	0,613	0,616	0,619	0,622	0,625	0,628	0,631	0,634	0,637	0,640	7,30
0,740	0,643	0,646	0,650	0,653	0,656	0,659	0,662	0,665	0,668	0,671	7,40
0,750	0,674	0,678	0,681	0,684	0,687	0,690	0,693	0,697	0,700	0,703	7,50
0,760	0,706	0,710	0,713	0,716	0,719	0,722	0,726	0,729	0,732	0,736	7,60
0,770	0,739	0,742	0,745	0,749	0,752	0,755	0,759	0,762	0,765	0,769	7,70
0,780	0,772	0,776	0,779	0,782	0,786	0,789	0,793	0,796	0,800	0,803	7,80
0,790	0,806	0,810	0,813	0,817	0,820	0,824	0,827	0,831	0,834	0,838	7,90
0,800	0,842	0,845	0,849	0,852	0,856	0,860	0,863	0,867	0,871	0,874	8,00
0,810	0,878	0,882	0,885	0,889	0,893	0,896	0,900	0,904	0,908	0,912	8,10
0,820	0,915	0,919	0,923	0,927	0,931	0,935	0,938	0,942	0,946	0,950	8,20
0,830	0,954	0,958	0,962	0,966	0,970	0,974	0,978	0,982	0,986	0,990	8,30
0,840	0,994	0,999	1,003	1,007	1,011	1,015	1,019	1,024	1,028	1,032	8,40
0,850	1,036	1,041	1,045	1,049	1,054	1,058	1,063	1,067	1,071	1,076	8,50
0,860	1,080	1,085	1,089	1,094	1,098	1,103	1,108	1,112	1,117	1,122	8,60
0,870	1,126	1,131	1,136	1,141	1,146	1,150	1,155	1,160	1,165	1,170	8,70
0,880	1,175	1,180	1,185	1,190	1,195	1,200	1,206	1,211	1,216	1,221	8,80
0,890	1,227	1,232	1,237	1,243	1,248	1,254	1,259	1,265	1,270	1,276	8,90
0,900	1,282	1,287	1,293	1,299	1,305	1,311	1,317	1,323	1,329	1,335	9,00
0,910	1,341	1,347	1,353	1,359	1,366	1,372	1,379	1,385	1,392	1,398	9,10
0,920	1,405	1,412	1,419	1,426	1,433	1,440	1,447	1,454	1,461	1,468	9,20
0,930	1,476	1,483	1,491	1,499	1,506	1,514	1,522	1,530	1,538	1,546	9,30
0,940	1,555	1,563	1,572	1,580	1,589	1,598	1,607	1,616	1,626	1,635	9,40
0,950	1,645	1,655	1,665	1,675	1,685	1,695	1,706	1,717	1,728	1,739	9,50
0,960	1,751	1,762	1,774	1,787	1,799	1,812	1,825	1,838	1,852	1,866	9,60
0,970	1,881	1,896	1,911	1,927	1,943	1,960	1,977	1,995	2,014	2,034	9,70
0,980	2,054	2,075	2,097	2,120	2,144	2,170	2,197	2,226	2,257	2,290	9,80
0,990	2,326	2,366	2,409	2,457	2,512	2,576	2,652	2,748	2,878	3,090	9,90
p	0,000	0,001	0,002	0,003	0,00	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	p

Ejemplo: Cálculo con probabilidades normale

- ¿Qué valor del colesterol es superado por el 90% de los individuos?

Valor de peso tal que la probabilidad de que lo supere es 0,90



p10

$P(X<p_{10}) = 0,10$

Ejemplo: Cálculo con probabilidades normales

$P(X<p_{10}) = 0,10$

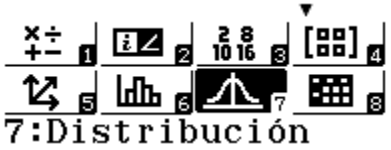
Tablas de modelos de probabilidad *Bioestadística*

Tabla 2: Percentiles z_p de la distribución Normal Z=N(0,1) $P(Z \leq z_p)=p$

p	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	p
0,000	∞	-3,090	-2,878	-2,748	-2,652	-2,576	-2,512	-2,457	-2,409	-2,366	0,00
0,010	-2,326	-2,290	-2,257	-2,226	-2,197	-2,170	-2,144	-2,120	-2,097	-2,075	0,10
0,020	-2,054	-2,034	-2,014	-1,995	-1,977	-1,960	-1,943	-1,927	-1,911	-1,896	0,20
0,030	-1,881	-1,866	-1,852	-1,838	-1,825	-1,812	-1,799	-1,787	-1,774	-1,762	0,30
0,040	-1,751	-1,739	-1,728	-1,717	-1,706	-1,695	-1,685	-1,675	-1,665	-1,655	0,40
0,050	-1,645	-1,635	-1,626	-1,616	-1,607	-1,598	-1,589	-1,580	-1,572	-1,563	0,50
0,060	-1,555	-1,546	-1,538	-1,530	-1,522	-1,514	-1,506	-1,499	-1,491	-1,483	0,60
0,070	-1,476	-1,468	-1,461	-1,454	-1,447	-1,440	-1,433	-1,426	-1,419	-1,412	0,70
0,080	-1,405	-1,398	-1,392	-1,385	-1,379	-1,372	-1,366	-1,359	-1,353	-1,347	0,80
0,090	-1,341	-1,335	-1,329	-1,323	-1,317	-1,311	-1,305	-1,299	-1,293	-1,287	0,90
0,100	-1,282	-1,276	-1,270	-1,265	-1,259	-1,254	-1,248	-1,243	-1,237	-1,232	1,00
0,110	-1,227	-1,221	-1,216	-1,211	-1,206	-1,200	-1,195	-1,190	-1,185	-1,180	1,10
0,120	-1,175	-1,170	-1,165	-1,160	-1,155	-1,150	-1,146	-1,141	-1,136	-1,131	1,20
0,130	-1,126	-1,122	-1,117	-1,112	-1,108	-1,103	-1,098	-1,094	-1,089	-1,085	1,30
0,140	-1,080	-1,076	-1,071	-1,067	-1,063	-1,058	-1,054	-1,049	-1,045	-1,041	1,40
0,150	-1,036	-1,032	-1,028	-1,024	-1,019	-1,015	-1,011	-1,007	-1,003	-0,999	1,50
0,160	-0,994	-0,990	-0,986	-0,982	-0,978	-0,974	-0,970	-0,966	-0,962	-0,958	1,60
0,170	-0,954	-0,950	-0,946	-0,942	-0,938	-0,935	-0,931	-0,927	-0,923	-0,919	1,70
0,180	-0,915	-0,912	-0,908	-0,904	-0,900	-0,896	-0,893	-0,889	-0,885	-0,882	1,80
0,190	-0,878	-0,874	-0,871	-0,867	-0,863	-0,860	-0,856	-0,852	-0,849	-0,845	1,90
0,200	-0,842	-0,838	-0,834	-0,831	-0,827	-0,824	-0,820	-0,817	-0,813	-0,810	2,00
0,210	-0,806	-0,803	-0,800	-0,796	-0,793	-0,789	-0,786	-0,782	-0,779	-0,776	2,10
0,220	-0,772	-0,769	-0,765	-0,762	-0,759	-0,755	-0,752	-0,749	-0,745	-0,742	2,20
0,230	-0,739	-0,736	-0,732	-0,729	-0,726	-0,722	-0,719	-0,716	-0,713	-0,710	2,30
0,240	-0,706	-0,703	-0,700	-0,697	-0,693	-0,690	-0,687	-0,684	-0,681	-0,678	2,40
0,250	-0,674	-0,671	-0,668	-0,665	-0,662	-0,659	-0,656	-0,653	-0,650	-0,646	2,50
0,260	-0,643	-0,640	-0,637	-0,634	-0,631	-0,628	-0,625	-0,622	-0,619	-0,616	2,60
0,270	-0,613	-0,610	-0,607	-0,604	-0,601	-0,598	-0,595	-0,592	-0,589	-0,586	2,70
0,280	-0,583	-0,580	-0,577	-0,574	-0,571	-0,568	-0,565	-0,562	-0,559	-0,556	2,80
0,290	-0,553	-0,550	-0,548	-0,545	-0,542	-0,539	-0,536	-0,533	-0,530	-0,527	2,90
0,300	-0,524	-0,522	-0,519	-0,516	-0,513	-0,510	-0,507	-0,504	-0,502	-0,499	3,00
0,310	-0,496	-0,493	-0,490	-0,487	-0,485	-0,482	-0,479	-0,476	-0,473	-0,470	3,10
0,320	-0,468	-0,465	-0,462	-0,459	-0,457	-0,454	-0,451	-0,448	-0,445	-0,443	3,20
0,330	-0,440	-0,437	-0,434	-0,432	-0,429	-0,426	-0,423	-0,421	-0,418	-0,415	3,30
0,340	-0,412	-0,410	-0,407	-0,404	-0,402	-0,399	-0,396	-0,393	-0,391	-0,388	3,40
0,350	-0,385	-0,383	-0,380	-0,377	-0,375	-0,372	-0,369	-0,366	-0,364	-0,361	3,50
0,360	-0,358	-0,356	-0,353	-0,350	-0,348	-0,345	-0,342	-0,340	-0,337	-0,335	3,60
0,370	-0,332	-0,329	-0,327	-0,324	-0,321	-0,319	-0,316	-0,313	-0,311	-0,308	3,70
0,380	-0,305	-0,303	-0,300	-0,298	-0,295	-0,292	-0,290	-0,287	-0,285	-0,282	3,80
0,390	-0,279	-0,277	-0,274	-0,272	-0,269	-0,266	-0,264	-0,261	-0,259	-0,256	3,90
0,400	-0,253	-0,251	-0,248	-0,246	-0,243	-0,240	-0,238	-0,235	-0,233	-0,230	4,00
0,410	-0,228	-0,225	-0,222	-0,220	-0,217	-0,215	-0,212	-0,210	-0,207	-0,204	4,10
0,420	-0,202	-0,199	-0,197	-0,194	-0,192	-0,189	-0,187	-0,184	-0,181	-0,179	4,20
0,430	-0,176	-0,174	-0,171	-0,169	-0,166	-0,164	-0,161	-0,159	-0,156	-0,154	4,30
0,440	-0,151	-0,148	-0,146	-0,143	-0,141	-0,138	-0,136	-0,133	-0,131	-0,128	4,40
0,450	-0,126	-0,123	-0,121	-0,118	-0,116	-0,113	-0,111	-0,108	-0,105	-0,103	4,50
0,460	-0,100	-0,098	-0,095	-0,093	-0,090	-0,088	-0,085	-0,083	-0,080	-0,078	4,60
0,470	-0,075	-0,073	-0,070	-0,068	-0,065	-0,063	-0,060	-0,058	-0,055	-0,053	4,70
0,480	-0,050	-0,048	-0,045	-0,043	-0,040	-0,038	-0,035	-0,033	-0,030	-0,028	4,80
0,490	-0,025	-0,023	-0,020	-0,018	-0,015	-0,013	-0,010	-0,008	-0,005	-0,003	4,90
p	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	p

Calculadoras (Casio Classwiz fx-570 SP SXII)

$P(X<p_{90}) = 0,90$



1:DP Normal
2:DA Normal
3:Normal Inversa
4:DP Binomial

Normal Inversa
Área :0.9
σ :10
μ :200

xInv=

212.8155164

Ejemplo 2: Ej 3.6

Si el nivel de glucosa de los individuos con cálculos biliares sigue una distribución normal con media 115 mg/100ml y desviación típica 20 mg/100ml

i. ¿Cual es la proporción de individuos que tienen su nivel de glucosa por encima de 140 mg/100ml?

Ejemplo 2: Ej 3.6

ii) Si en la población general la población el nivel de glucosa se distribuye normal con media 95 y desviación típica 19mg. ¿Cual es la proporción de sujetos de la población general por encima de 140?

Ejemplo 2: Ej 3.6

Calcule los percentiles 5,10,25,50,75,90 y 95 para la población general y la de enfermos con cálculos biliares

Ejemplo 2: Ej 3.7

El índice de masa corporal(IMC) calculado como peso/talla^2 de una población sigue una distribución normal con media 25.2 y desviación típica de 2.8. Se considera delgados a aquellos que su IMC está por debajo de 20 y obesos a aquellos que su IMC está por encima de 30

i) Calcule la proporción de delgados

Ejemplo 2: Ej 3.7

ii) Calcule la proporción obesos

iii) Calcule los percentiles 5 y 95 de dicha distribución