

# Bioestadística

## Sesión 3: Contraste de hipótesis (CH). CH para una media.

**José Aurelio Pina Romero**

**Ja.pina@ua.es**

**Bioestadística - Grado Enfermería**

**UA- Departamento de Enfermería**

# ¿Qué vamos a ver?

- Contraste de hipótesis.
- Error tipo I y error tipo II.
- Contraste de hipótesis para una media.

# CONTRASTES DE HIPÓTESIS

- **Contraste de Hipótesis:** Procedimiento estadístico mediante el cual se investiga la aceptación o rechazo de una afirmación acerca de una o varias características de una o más variables en una o más poblaciones.

- **¿Qué es una hipótesis?**

Una creencia o afirmación sobre la **población**, principalmente sus parámetros:

- Media
- Varianza
- Proporción/Tasa



# CONTRASTES DE HIPÓTESIS

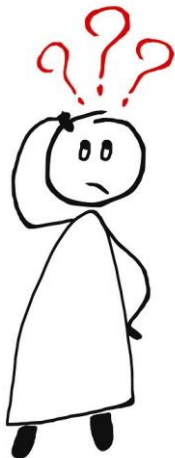
Algunos autores mantienen que los cambios acaecidos durante las últimas décadas en los patrones de alimentación infantil han influido negativamente en algunos aspectos de su desarrollo. Actualmente casi nadie pone en duda que el excesivo consumo de productos con colesterol, tipo bollería y otros, perjudica seriamente la salud actual y futura de los niños. En un estudio diseñado para caracterizar el consumo de estos productos en niños, realizado sobre 100 niños con edad inferior a 12 años fueron obtenidos los siguientes resultados:

	Media	Desviación típica
<b>Ingesta de Colesterol (mg/día)</b>	154,6	64,6

- i. A nivel de significación 0,05 ¿puede afirmarse que los niños de la población estudiada ingieren, en promedio, más de 125 mg/día de colesterol? Interprete este resultado
- ii. Con nivel de confianza 95%, ¿Entre qué valores se encontrará la ingesta media de colesterol por día en los niños de la población de la que proceden los datos? Interprete este resultado

# Identificación de hipótesis

- **Hipótesis nula**  $H_0$ 
  - La que contrastamos
  - Los datos pueden refutarla
  - Será mantenida a menos que los datos observados en la muestra indiquen una fuerte evidencia que no es cierta. - está es la razón de que, a pesar de que el contraste conduzca a aceptarla NUNCA SE CONSIDERA PROBADA.
- **Hip. Alternativa**  $H_a$   $H_1$ 
  - Niega a  $H_0$
  - Los datos pueden mostrar evidencia a favor
  - No debería ser aceptada sin una gran evidencia a favor.


$$\left\{ \begin{array}{ll} H_0 : p = 50\% & =, \leq, \geq \\ H_a : p \neq 50\% & \neq, <, > \end{array} \right.$$

# Hipótesis

## Hipótesis simples

Contrastes  
bilaterales

Se especifica un valor concreto para el parámetro o parámetros.

**Ejemplo:** Un investigador pretende, a partir de la información de 40 pacientes intervenidos quirúrgicamente de cierta afección, si el tiempo medio de supervivencia es exactamente de 15 años

## Hipótesis compuestas

Contrastes  
unilaterales

Se especifican varios valores, habitualmente un intervalo.

**Ejemplo:** Un investigador pretende, a partir de la información de 40 pacientes intervenidos quirúrgicamente de cierta afección, si el tiempo medio de supervivencia sea superior a 15 años.



# ¿Quién es $H_0$ ?

- **Problema:** ¿En un estudio realizado para determinar el estado de salud de una comunidad se entrevistó a 82 personas, preguntándoles acerca de su actividad física habitual. De las 82 personas encuestadas, 36 de ellas declararon practicar algún deporte de forma regular ?

Contraste la hipótesis de si la proporción poblacional de práctica de deporte de forma habitual puede ser de 0,50

- **Solución:**

- Traducir a lenguaje estadístico:

$$p = 50\%$$

- Establecer su opuesto:

$$p \neq 50\%$$

- Seleccionar la hipótesis nula

$$H_0 : p = 50\%$$

# ¿Quién es $H_0$ ?

- **Problema:** ¿El colesterol medio para la dieta mediterránea es de 6 mmol/l?
- **Solución:**
  - Traducir a lenguaje estadístico:
  - Establecer su opuesto:
  - Seleccionar la hipótesis nula

$$\mu = 6$$

$$\mu \neq 6$$

$$H_0 : \mu = 6$$



# Tipos de error al tomar una decisión

	Realidad	
Decisión	$H_0$ cierta	$H_0$ Falsa
No Rechazo $H_0$	<b>Correcto</b> El tratamiento no tiene efecto y así se decide.	<b>Error de tipo II</b> El tratamiento si tiene efecto, pero no lo percibimos. <b>Probabilidad <math>\beta</math></b>
Rechazo $H_0$	<b>Error de tipo I</b> El tratamiento no tiene efecto, pero se decide que sí. <b>Probabilidad <math>\alpha</math></b>	<b>Correcto</b> El tratamiento tiene efecto y el experimento lo confirma.

$$a = P(\text{cometer error tipo I}) = P(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ cierta})$$

$$b = P(\text{cometer error tipo II}) = P(\text{Aceptar } H_0 / H_0 \text{ falsa})$$

# Tipos de error al tomar una decisión

		Realidad	
		Inocente	Culpable
veredicto	Inocente	OK	<b>Error tipo II</b> Menos grave
	Culpable	<b>Error tipo I</b> Muy grave	OK

$$a = P(\text{cometer error tipo I}) = P(\text{culpable/inocente})$$

$$b = P(\text{cometer error tipo II}) = P(\text{inocente/culpable})$$

# Pasos

**Problema:** Un investigador pretende, a partir de la información de 40 pacientes intervenidos quirúrgicamente de cierta afección en los que a media de supervivencia es de 17 años con una desviación típica de 1,5 años, de si el tiempo medio de supervivencia es o no distinto de 15 años con un nivel de significación del 5%.

1) Establecer las hipótesis:  $H_0 - H_a$

$$H_0 : m = 15$$

$$H_a : m \neq 15$$

2) Definir el estadístico de contraste (EC). Cálculo EC.

$$t = \frac{\bar{x} - m_0}{s / \sqrt{n}}$$

3) Conocer la distribución muestral del EC, su valor y establecer el nivel de significación.  $\alpha = 0,05$

$$t_{1-\alpha/2}^{n-1} \rightarrow t_{1-0,05/2}^{40-1} = t_{0,975}^{39} \rightarrow t_{0,975}^{35}$$

# Pasos

## 4) Construcción de la regla de decisión

$$t_{n-1} \rightarrow t_{39} \rightarrow t_{35}$$

### Región crítica

- Valores improbables
- Conocida antes de realizar el experimento
- Probabilidad rechazar  $H_0$  cuando es cierta.



Si  $EC > 2,03$  o  $EC < -2,03 \rightarrow$  Rechazamos  $H_0$   
Si  $-2,03 < EC < 2,03 \rightarrow$  No rechazamos  $H_0$

## 5) Aplicación de la regla de la decisión - Conclusión

$$t = \frac{\bar{X} - m_0}{s / \sqrt{n}}$$

$$t = \frac{17 - 15}{1,5 / \sqrt{40}} = 8,43$$

Como  $t = 8,43 > 2,03 \rightarrow$  Rechazo  $H_0$

**Conclusión:** Existe evidencia estadística de que el tiempo medio de supervivencia es *significativamente* distinto de 15 años.

# Riesgos al tomar decisiones

**Ejemplo 1:** Se juzga a un individuo por la *presunta* comisión de un delito

- $H_0$ : Hipótesis nula
  - Es inocente

Los datos pueden refutarla

La que se acepta si las pruebas no indican lo contrario

**Rechazarla por error tiene graves consecuencias**

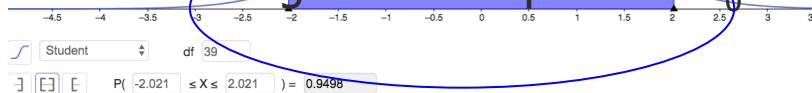


- $H_a$ : Hipótesis alternativa
  - Es culpable

No debería ser aceptada sin una gran evidencia a favor.

Rechazarla por error tiene consecuencias consideradas menos graves que la anterior.

Región de aceptación  $H_0$



# Conclusiones

- Las hipótesis no se plantean después de observar los datos.
- En ciencia, las hipótesis nula y alternativa no tienen el mismo papel:
  - $H_0$  : Hipótesis científicamente más simple.
  - $H_1$  : El peso de la prueba recae en ella.
- $\alpha$  debe ser pequeño
- Rechazar una hipótesis no prueba que sea falsa. **Podemos cometer error de tipo I**
- No rechazar una hipótesis no prueba que sea cierta. **Podemos cometer error de tipo II**
- Si decidimos rechazar una hipótesis debemos mostrar la **probabilidad de equivocarnos**.

# EJEMPLO (I)

A partir de los datos obtenidos de una muestra de 120 alumnos de Enfermería se obtuvo que el tiempo medio que un alumno necesita para realizar un examen de la asignatura de Bioestadística es de 100 minutos con una desviación típica de 15.

Contraste la hipótesis de que el tiempo medio para la realización del examen es de 110 minutos con un nivel de significación del 5%.