

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JULIOL 2022	CONVOCATORIA: JULIO 2022
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:

Heu de respondre només a TRES problemes entre els sis que es proposen.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

El alumnado contestará solo TRES problemas entre los seis propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament utilitzat.

Problema 1. Donat el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + z = 1 \\ x + ay + (a - 1)z = a \end{cases}.$$

- a) Discutiu el sistema en funció del paràmetre real a . (5 punts)
b) Trobeu totes les solucions del sistema quan aquest siga compatible. (5 punts)

Problema 2. Donada la matriu $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$:

- a) Calculeu els valors dels paràmetres a i b perquè es complisca $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4 punts)
b) Per als valors a i b obtinguts en l'apartat anterior, calculeu A^3 i A^4 . (3 punts)
c) Calculeu $\det(A^{-50})$ quan $a^2 - b^2 \neq 0$. (3 punts)

Problema 3. Donats els punts $A = (2,0,0)$ i $B = (0,1,0)$, i la recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

- a) Trobeu l'equació de la recta r que passa pels punts A i B . (2 punts)
b) Determineu l'equació implícita del pla que conté la recta s i és paral·lel a la recta r . (4 punts)
c) Calculeu la distància del punt A a la recta s . (4 punts)

Problema 4. Donats els punts $A = (2,1,-2)$ i $B = (3,2,3)$, i el pla π definit per l'equació $2x + 2y + z = 3$, obteniu:

- a) El punt de tall C entre el pla π i la recta perpendicular a π que passa per B . (5 punts)
b) L'àrea del triangle els vèrtexs del qual són A, B i C . (5 punts)

Problema 5.

- a) Calculeu, indicant tots els passos, la integral indefinida següent: (5 punts)

$$\int \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx.$$

- b) Determineu, en funció de t , el valor $\int_8^t \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx$. (2 punts)
c) Determineu el valor de t major que 8 perquè $\int_8^t \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx$ siga igual a $\ln \frac{25}{4}$. (3 punts)

Problema 6. Considereu la funció $f(x) = e^{-x^2}$ per als valor positius de x . Per cada punt $M = (x, f(x))$ de la gràfica de f es tracen dues rectes paral·leles als eixos de coordenades, OX i OY . Aquestes dues rectes, juntament amb els eixos de coordenades, defineixen un rectangle.

- a) Determineu l'àrea del rectangle en funció de x . (3 punts)
b) Trobeu el punt M que proporciona major àrea i calculeu aquesta àrea. (7 punts)

En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + z = 1 \\ x + ay + (a - 1)z = a \end{cases}.$$

- a) Discutir el sistema en función del parámetro real a . (5 puntos)
b) Encontrar todas las soluciones del sistema cuando este sea compatible. (5 puntos)

Problema 2. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a + b & 1 \\ 0 & a - b \end{pmatrix}$:

- a) Calcular los valores de los parámetros a y b para que se cumpla $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4 puntos)
b) Para los valores a y b obtenidos en el apartado anterior, calcular A^3 y A^4 . (3 puntos)
c) Calcular $\det(A^{-50})$ cuando $a^2 - b^2 \neq 0$. (3 puntos)

Problema 3. Dados los puntos $A = (2,0,0)$ y $B = (0,1,0)$, y la recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

- a) Hallar la ecuación de la recta r que pasa por los puntos A y B . (2 puntos)
b) Determinar la ecuación implícita del plano que contiene a la recta s y es paralelo a la recta r . (4 puntos)
c) Calcular la distancia del punto A a la recta s . (4 puntos)

Problema 4. Dados los puntos $A = (2,1,-2)$ y $B = (3,2,3)$, y el plano π definido por $2x + 2y + z = 3$, obtener:

- a) El punto de corte C entre el plano π y la recta perpendicular a π que pasa por B . (5 puntos)
b) El área del triángulo cuyos vértices son A, B y C . (5 puntos)

Problema 5.

- a) Calcular, indicando todos los pasos, la siguiente integral indefinida: (5 puntos)

$$\int \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx.$$

- b) Determinar, en función de t , el valor $\int_8^t \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx$. (2 puntos)
c) Determinar el valor de t mayor que 8 para que $\int_8^t \frac{18}{x^2 - 5x - 14} dx$ sea igual a $\ln \frac{25}{4}$. (3 puntos)

Problema 6. Considerar la función $f(x) = e^{-x^2}$ para los valores positivos de x . Por cada punto $M = (x, f(x))$ de la gráfica de f se trazan dos rectas paralelas a los ejes de coordenadas, OX y OY . Estas dos rectas, junto con los ejes de coordenadas, definen un rectángulo.

- a) Determinar el área del rectángulo en función de x . (3 puntos)
b) Encontrar el punto M que proporciona mayor área y calcular esta área. (7 puntos)