PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013	CONVOCATORIA: JULIO 2013
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Comproveu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat,** que:

a) Si el producte de dues matrius quadrades A i B és commutatiu, és a dir, que $AB = BA$, llavors es dedueix que $A^2B^2 = (AB)^2$. (2 *punts*).

b) Que la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ satisfà la relació $A^2 - 3\mathrm{A} + 2\mathrm{I} = O$, sent I i O, respectivament, les matrius d'ordre 3×3 unitat i nul·la, (4 *punts*), i que una matriu A tal que $A^2 - 3A + 2I = O$ té matriu inversa. (2 *punts*)

c) Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**, els valors α i β que fan que $A^3 = \alpha A + \beta I$, sabent que la matriu A verifica la igualtat $A^2 - 3A + 2I = O$. (2 *punts*).

Problema A.2. Tenim les rectes $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ *i* $r_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, sent α i β paràmetres reals.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Unes equacions implícites de r_1. (2 *punts*).

b) La justificació que les rectes r_1 y r_2 estan contingudes en un plànol π (2 *punts*) i l'equació d'aquest plànol π. (2 *punts*).

c) L'àrea del triangle de vèrtexs P, Q *i* R, sent $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (0, 1, 2)$ i R el punt d'intersecció de r_1 y r_2. (4 punts).

Problema A.3. Es donen les funcions $f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ *i* $g(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les derivades de $f(x)$ i $g(x)$. (4 *punts*).

b) Els dominis de definició de les funcions $f(x)$ i $g(x)$. (3 *punts*).

c) L'expressió simplificada de la funció $f(x) + g(x)$, (1,5 *punts*), i el recorregut d'aquesta funció $f(x) + g(x)$. (1,5 *punts*).

OPCIÓ B

Problema B.1. Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1, \\ 3x + 5y + z = 1 \end{cases}$ on α és un paràmetre real.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Totes les solucions del sistema quan $\alpha = 7$. (4 *punts*).
b) Els valors de α per als quals el sistema és compatible indeterminat. (3 *punts*).
c) Els valors de α per als quals el sistema és compatible determinat. (3 *punts*).

Problema B.2. Es donen les rectes $r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ i $s: \{x - 1 = y - 2 = z$. Determineu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Un punt i un vector director de cadascuna de les dues rectes. (3 *punts*).
b) La distància entre les rectes r i s, (2 *punts*), **justificant** que les rectes r i s es creuen. (2 *punts*).
c) Unes equacions de la recta t que passa pel punt $\left(\frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0\right)$ i és perpendicular a les rectes r i s. (3 *punts*).

Problema B.3. En el plànol *XY* està dibuixada una parcel·la A els límits de la qual són dos carrers d'equacions $x = 0$ i $x = 40$, respectivament, una carretera d'equació $y = 0$, i el tram del curs d'un riu, d'equació

$$y = f(x) = 30\sqrt{2x+1}, \quad \text{amb} \quad 0 \le x \le 40, \text{ sent positiu el signe de l'arrel quadrada.}$$

Es pretén urbanitzar un rectangle R inscrit en la parcel·la A, de manera que els vèrtexs de R siguen els punts $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ i $(40, 0)$.

Calculeu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'àrea de la parcel·la A. (3 *punts*).
b) Els vèrtexs del rectangle R al qual correspon l'àrea màxima. (5 *punts*).
c) El valor d'aquesta àrea màxima. (2 *punts*).

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JULIOL 2013	CONVOCATORIA: JULIO 2013
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Comprobar **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado** que:

a) Si el producto de dos matrices cuadradas A y B es conmutativo, es decir que $AB = BA$, entonces se deduce que $A^2B^2 = (AB)^2$. (2 *puntos*).

b) Que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ satisface la relación $A^2 - 3A + 2I = O$, siendo I y O, respectivamente, las matrices de orden 3×3 unidad y nula, (4 *puntos*), y que una matriz A tal que $A^2 - 3A + 2I = O$ tiene matriz inversa. (2 *puntos*)

c) Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, los valores α y β tales que $A^3 = \alpha A + \beta I$, sabiendo que la matriz A verifica la igualdad $A^2 - 3A + 2I = O$. (2 *puntos*).

Problema A.2. Se dan las rectas $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ y $r_2 : \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, siendo α y β parámetros reales.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Unas ecuaciones implícitas de r_1. (2 *puntos*).

b) La justificación de que las rectas r_1 y r_2 están contenidas en un plano π, (2 *puntos*) y la ecuación de ese plano π. (2 *puntos*).

c) El área del triángulo de vértices P, Q y R, siendo $P = (-1, 0, 1)$, $Q = (0, 1, 2)$ y R el punto de intersección de r_1 y r_2. (4 puntos).

Problema A.3. Se dan las funciones $f(x) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ y $g(x) = \ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las derivadas de $f(x)$ y $g(x)$. (4 *puntos*).

b) Los dominios de definición de las funciones $f(x)$ y $g(x)$. (3 *puntos*).

c) La expresión simplificada de la función $f(x) + g(x)$, (1,5 *puntos*), y el recorrido de esta función $f(x) + g(x)$. (1,5 *puntos*).

OPCIÓN B

Problema B.1. Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1, \\ 3x + 5y + z = 1 \end{cases}$ donde α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Todas las soluciones del sistema cuando $\alpha = 7$. (4 *puntos*).

b) Los valores de α para los que el sistema es compatible indeterminado. (3 *puntos*).

c) Los valores de α para los cuales el sistema es compatible determinado. (3 *puntos*).

Problema B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ y $s: \{x - 1 = y - 2 = z$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Un punto y un vector director de cada una de las dos rectas. (3 *puntos*).

b) La distancia entre las rectas r y s, (2 *puntos*), **justificando** que las rectas r y s se cruzan. (2 *puntos*).

c) Obtener unas ecuaciones de la recta t que pasa por el punto $\left(\frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0\right)$ y es perpendicular a las rectas r y s. (3 *puntos*).

Problema B.3. En el plano *XY* está dibujada una parcela A cuyos límites son dos calles de ecuaciones $x = 0$ y $x = 40$, respectivamente, una carretera de ecuación $y = 0$, y el tramo del curso de un río de ecuación

$$y = f(x) = 30\sqrt{2x+1}, \quad \text{con} \quad 0 \le x \le 40$$, siendo positivo el signo de la raíz cuadrada.

Se pretende urbanizar un rectángulo R inscrito en la parcela A, de manera que los vértices de R sean los puntos $(x, 0)$, $(x, f(x))$, $(40, f(x))$ y $(40, 0)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la parcela A. (3 *puntos*).

b) Los vértices del rectángulo R al que corresponde área máxima. (5 *puntos*).

c) El valor de dicha área máxima. (2 *puntos*).