RESUMEN

Combinatoria: variaciones, permutaciones y combinaciones

1. Ideas previas

Principio multiplicativo. Si una elección se hace en varios pasos, con a formas en el primero, b en el segundo, c en el tercero…, el total de resultados es a · b · c · … Ejemplo: con 3 camisetas y 4 pantalones hay 3 · 4 = 12 conjuntos.

Factorial. $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$. ¡Por convenio, $0! = 1$. Ejemplo: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

¿Qué tipo de agrupación es? Las dos preguntas

Tenemos m elementos distintos y formamos grupos de n, sin repetir ningún elemento. Antes de calcular, responde: ¿intervienen todos los elementos (n = m)? ¿Importa el orden (¿AB es distinto de BA?)?

¿Intervienen todos?	¿Importa el orden?	Tipo
No	Sí	Variaciones V(m, n)
Sí	Sí	Permutaciones P(n)
No	No	Combinaciones C(m, n)

Truco: si al cambiar el orden obtienes «algo distinto» (un número, una palabra, un podio, un cargo), importa el orden. Si obtienes «el mismo grupo» (un equipo, una comisión, una apuesta), no importa.

2. Fórmulas

Variaciones

Grupos de n elementos tomados de m ($n \le m$) en los que importa el orden. Se multiplican n factores decrecientes empezando por m.

$$V(m, n) = m \cdot (m-1) \cdot \ldots \cdot (m-n+1) = m! / (m-n)!$$

Ejemplo: números de 3 cifras distintas con 1, 2, 3, 4, 5 → $V(5, 3) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Permutaciones

Ordenaciones de todos los elementos (variaciones con n = m).

$$P(n) = n!$$

Ejemplo: ¡ordenar las letras de MESA → $P(4) = 4! = 24$.

Permutaciones circulares

Ordenar n elementos alrededor de una mesa: solo cuenta la posición relativa.

$$PC(n) = (n-1)!$$

Ejemplo: ¡5 personas en una mesa redonda → $4! = 24$.

Combinaciones

Grupos de n elementos tomados de m en los que no importa el orden.

$$C(m, n) = m! / (n! \cdot (m-n)!) = V(m, n) / n!$$

Ejemplo: comisiones de 3 alumnos de un grupo de 5 → $C(5, 3) = (5 \cdot 4 \cdot 3) / 3! = 10$.

Propiedades de los números combinatorios:

$C(m, 0) = C(m, m) = 1$; $C(m, n) = C(m, m-n)$; $C(m, n) + C(m, n+1) = C(m+1, n+1)$.

Tabla resumen

Tipo	¿Intervienen todos?	¿Importa el orden?	Fórmula
Variaciones	No	Sí	$m! / (m-n)!$
Permutaciones	Sí	Sí	$n!$
Permutaciones circulares	Sí	Posición relativa	$(n-1)!$
Combinaciones	No	No	$m! / (n! \cdot (m-n)!)$