RESUMEN

Combinatoria con repetición: variaciones, permutaciones y combinaciones

1. Ideas previas

Con repetición. Un mismo elemento puede aparecer varias veces en el grupo: un dígito en un PIN, un signo en la quiniela, un sabor en una tarrina. Por eso el tamaño del grupo n puede ser mayor que el número de elementos m.

Factorial. $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$. Por convenio, $0! = 1$. Número combinatorio: $C(m, n) = m! / (n! \cdot (m-n)!)$.

¿Qué tipo de agrupación es? Las tres preguntas

Antes de calcular, responde: ¿intervienen todos los elementos? ¿Importa el orden (¿AB es distinto de BA?)? ¿Se pueden repetir los elementos?

¿Intervienen todos?	¿Importa el orden?	¿Se repiten?	Tipo
No	Sí	Sí	Variaciones con repetición VR(m, n)
Sí	Sí	Hay elementos iguales	Permutaciones con repetición PR
No	No	Sí	Combinaciones con repetición CR(m, n)

Truco: si al cambiar el orden obtienes «algo distinto» (un número, una palabra, una columna de la quiniela), importa el orden. Si obtienes «lo mismo» (una caja de pasteles, una compra), no importa.

2. Fórmulas

Variaciones con repetición

Grupos de n elementos tomados de m en los que importa el orden y se pueden repetir. Cada posición tiene m opciones.

$$VR(m, n) = m^n$$

Ejemplo: códigos PIN de 4 dígitos (del 0 al 9) → $VR(10, 4) = 10^4 = 10\,000$.

Permutaciones con repetición

Ordenaciones de n elementos entre los que hay uno que se repite a veces, otro b veces…

$$PR(n; a, b, \ldots) = n! / (a! \cdot b! \cdot \ldots)$$

Ejemplo: palabras con las letras de PAPAYA (3 A, 2 P, 1 Y) → $6! / (3! \cdot 2!) = 60$.

Combinaciones con repetición

Grupos de n elementos tomados de m en los que no importa el orden y se pueden repetir.

$$CR(m, n) = C(m + n - 1, n)$$

Ejemplo: tarrinas de 3 bolas eligiendo entre 4 sabores → $CR(4, 3) = C(6, 3) = 20$.

¿Con o sin repetición?

Con los dígitos 1, 2, 3 formamos números de 2 cifras:

- Sin repetir: $V(3, 2) = 3 \cdot 2 = 6$.
- Repitiendo: $VR(3, 2) = 3^2 = 9$ (se añaden 11, 22, 33).

Elegimos 2 bolas de helado de 3 sabores:

- Sin repetir: $C(3, 2) = 3$.
- Repitiendo: $CR(3, 2) = C(4, 2) = 6$.

Tabla resumen

Tipo	Sin repetición	Con repetición
Variaciones (importa el orden)	$V(m, n) = m! / (m-n)!$	$VR(m, n) = m^n$
Permutaciones (intervienen todos)	$P(n) = n!$	$PR(n; a, b, \ldots) = n! / (a! \cdot b! \cdot \ldots)$
Combinaciones (no importa el orden)	$C(m, n) = m! / (n! \cdot (m-n)!)$	$CR(m, n) = C(m + n - 1, n)$