TARJETA 0 · CALENTAMIENTO

¿Cómo lo contamos?

Contar con orden, sin dejarse ninguno

a) En el comedor hay 3 primeros platos (ensalada, sopa y macarrones) y 2 segundos (pollo y pescado). ¿Cuántos menús distintos de primero y segundo se pueden elegir?

b) ¿Cuántos números de 2 cifras se pueden escribir usando solo las cifras 1, 2 y 3, si se pueden repetir cifras?

c) ¿Y si no se puede repetir ninguna cifra?

d) Ana, Bea, Carlos y Dani quieren ir al cine, pero solo hay 2 entradas. ¿Cuántas parejas distintas pueden ir?

e) Entre esos 4 hay que elegir capitán/a y portero/a de un equipo. ¿De cuántas formas se puede hacer?

f) ¿De cuántas formas se pueden colocar 3 libros distintos en una estantería?

Para pensar: ¿en qué se parecen d) y e)? ¿Por qué el resultado de e) es el doble que el de d)?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 1

Candados y quinielas

El esquema de casillas

Un candado tiene **3 ruedas** y cada rueda tiene las cifras del **0 al 9**.

a) ¿Cuántas combinaciones distintas tiene el candado? Dibujad tres casillas y escribid en cada una cuántas opciones hay.

b) ¿Cuántas combinaciones tienen las tres cifras distintas?

c) ¿Cuántas tienen alguna cifra repetida? Intentad resolverlo de dos maneras distintas.

d) En una quiniela de **4 partidos** se marca 1, X o 2 en cada partido. ¿Cuántas columnas distintas se pueden rellenar? Dibujad el comienzo del diagrama de árbol. ¿Cómo escribiríais el resultado para 15 partidos en forma de potencia?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 2

El podio

Cuando el orden importa

En la final de una carrera hay **6 corredoras**: Ana, Berta, Carla, Dora, Elsa y Fátima. Se reparten medallas de oro, plata y bronce.

a) ¿De cuántas formas distintas puede quedar el podio?

b) ¿En cuántos de esos podios consigue medalla Ana?

c) ¿En cuántos consigue medalla Ana pero no Berta?

d) Dibujad el comienzo del diagrama de árbol del apartado a) (no hace falta dibujarlo entero) y explicad con él por qué el resultado es una multiplicación.

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 3

La foto de grupo

Ordenar a todos

a) Marta, Pau y Lucía se ponen en fila para hacerse una foto. Escribid todas las colocaciones posibles de forma ordenada. ¿Cuántas hay?

b) Se unen Iván y Sara: ahora son **5 amigos** en fila. ¿De cuántas maneras se pueden colocar? (Ya no vale escribirlas todas: usad casillas.)

c) ¿En cuántas de ellas Marta y Pau salen juntos?

d) ¿Y en cuántas salen separados?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 4

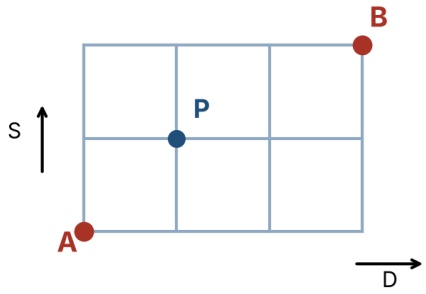
Palabras y caminos

Cuando hay letras iguales

a) ¿Cuántas «palabras» (con o sin sentido) se pueden formar reordenando las letras de **SOL**? Escribidlas todas.

b) ¿Y con las letras de **CASA**? ¿Por qué salen menos que con una palabra de 4 letras distintas?

c) En la cuadrícula se va de A a B moviéndose solo hacia la **derecha (D)** o hacia **arriba (S)**. ¿Cuántos caminos distintos hay? Un camino se puede escribir como una «palabra», por ejemplo DDSDS.



d) ¿Cuántos de esos caminos pasan por el punto P?

e) Escribid en cada cruce de la cuadrícula cuántos caminos llegan hasta él desde A. ¿Por qué cada número es la suma de otros dos?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 5

Equipos y cargos

Cuando el orden no importa

En un grupo hay **5 amigos**: Ana, Bea, Carlos, Dani y Eva.

a) ¿Cuántas parejas distintas se pueden formar para hacer un trabajo? Escribidlas en orden para no repetir ninguna.

b) ¿De cuántas formas se puede elegir **delegado/a y subdelegado/a**? Explicad la relación con el resultado de a).

c) ¿Cuántos equipos de 3 se pueden formar? ¿Por qué sale lo mismo que en a)?

d) En una reunión hay 6 personas y cada una da la mano una vez a cada una de las demás. ¿Cuántos apretones de manos hay?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 6

La heladería

Elegir sabores

Una heladería tiene **4 sabores**: fresa, chocolate, vainilla y limón.

a) Un cucurucho lleva 2 bolas de sabores distintos y no importa cuál va arriba. ¿Cuántos cucuruchos distintos hay?

b) ¿Y si las dos bolas pueden ser del mismo sabor? Escribidlos todos de forma ordenada.

c) A Leo sí le importa qué bola va arriba y cuál abajo, y acepta repetir sabor. ¿Cuántos cucuruchos distintos hay para él?

d) Una tarrina lleva 3 bolas de sabores distintos. ¿Cuántas tarrinas distintas hay? (Pensad qué sabor se queda fuera.)

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 7 · PARA GRUPOS RÁPIDOS

Números con condiciones

Mezclamos estrategias

Con las cifras **1, 2, 3, 4 y 5**, sin repetir ninguna, se escriben números de **3 cifras**.

a) ¿Cuántos números se pueden escribir?

b) ¿Cuántos son pares?

c) ¿Cuántos son mayores que 300?

d) ¿Cuántos son pares y mayores que 300 a la vez?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

TARJETA 8 · PARA GRUPOS RÁPIDOS

Inventad el enunciado

De la operación a la situación

Inventad una situación de la vida real cuya solución sea cada una de estas operaciones. Explicad por qué encaja (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?).

a) $4 \cdot 3$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

c) $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

d) $\frac{5 \cdot 4}{2}$

e) $3 \cdot 3 \cdot 3$

¿Con qué apartado de la tarjeta 5 se relaciona d)?

Recordad: antes de cada operación, una frase que la explique (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?). El rotulador cambia de manos en cada apartado.

RETO A

Polígonos y diagonales

Con pistas · para grupos rápidos

Dibujad **6 puntos** sobre una circunferencia.

a) ¿Cuántos segmentos se pueden trazar uniendo los puntos de dos en dos?

b) Si unimos los puntos en orden se forma un hexágono. ¿Cuántas diagonales tiene?

c) ¿Cuántas diagonales tiene un octógono (8 lados)? Intentad encontrar un método que sirva para cualquier polígono.

d) ¿Qué polígono tiene 14 diagonales?

RETO B

El reparto de caramelos

Con pistas · para grupos rápidos

a) ¿De cuántas formas se pueden repartir **5 caramelos iguales** entre Ana, Bea y Carlos? (Alguien puede quedarse sin caramelos.) Organizad la lista para no dejaros ninguna.

b) ¿Y si cada uno tiene que recibir al menos un caramelo?

Pistas recortables

Recortar y entregar solo cuando el grupo lo pida (cada pista resta 0,25 en esa tarjeta).

✂ PISTA · Tarjeta 1 c) Contad primero las que tienen las tres cifras distintas. ¿Cuánto os falta para llegar al total?	**✂ PISTA · Tarjeta 2 b)** Colocad primero a Ana: ¿en cuántos escalones del podio puede estar? Después rellenad los dos huecos que quedan.
✂ PISTA · Tarjeta 3 c) Imaginad que Marta y Pau van pegados con cinta adhesiva: son un solo «bloque». ¿Cuántos «objetos» hay que ordenar ahora? ¿De cuántas formas se colocan dentro del bloque?	**✂ PISTA · Tarjeta 4 b)** Pintad una A de rojo y la otra de azul: así las 4 letras serían distintas. ¿Cuántas palabras saldrían? Ahora borrad los colores: ¿cuántas de esas palabras se vuelven iguales?
✂ PISTA · Tarjeta 4 c) Todo camino tiene 5 pasos: 3 hacia la derecha y 2 hacia arriba. Escribid las «palabras» en orden alfabético, empezando por DDDSS.	**✂ PISTA · Tarjeta 5 d)** Cada persona da la mano a otras 5. Multiplicad. ¿Cada apretón se ha contado una vez o dos?
✂ PISTA · Tarjeta 6 b) Aprovechad la lista del apartado a) y añadid los cucuruchos de un solo sabor.	**✂ PISTA · Tarjeta 7 d)** Separad en casos según la primera cifra: si empieza por 3 o por 5, ¿cuántas opciones hay para la última? ¿Y si empieza por 4?
✂ PISTA · Reto A a) Desde cada punto salen 5 segmentos. ¿Cada segmento se cuenta una vez o dos?	**✂ PISTA · Reto A d)** Haced una tabla: polígonos de 4, 5, 6, 7… lados y su número de diagonales. ¿Cómo va creciendo?
✂ PISTA · Reto B Fijad cuántos caramelos recibe Ana (0, 1, 2…) y, para cada caso, contad cómo se reparten Bea y Carlos el resto.	

3. Ticket de salida individual (10 minutos)

Nombre: _____ **Grupo:** _____

En un sorteo hay **2 premios** y **5 participantes**. Para cada caso escribe una frase (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?) y calcula. Puedes usar casillas, un árbol o una lista.

a) Los premios son distintos (una bici y unos auriculares) y una misma persona puede ganar los dos.

b) Los premios son distintos y cada persona puede ganar como máximo uno.

c) Los premios son iguales (2 entradas de cine) y cada persona puede ganar como máximo una.

d) Los premios son iguales y una misma persona puede ganar las dos entradas.

e) Ordena los cuatro resultados de mayor a menor y explica por qué ese orden tiene sentido.

Nombre: _____ **Grupo:** _____

En un sorteo hay **2 premios** y **5 participantes**. Para cada caso escribe una frase (¿importa el orden?, ¿se puede repetir?) y calcula. Puedes usar casillas, un árbol o una lista.

a) Los premios son distintos (una bici y unos auriculares) y una misma persona puede ganar los dos.

b) Los premios son distintos y cada persona puede ganar como máximo uno.

c) Los premios son iguales (2 entradas de cine) y cada persona puede ganar como máximo una.

d) Los premios son iguales y una misma persona puede ganar las dos entradas.

e) Ordena los cuatro resultados de mayor a menor y explica por qué ese orden tiene sentido.

4. Solucionario

Tarjeta 0 · ¿Cómo lo contamos?

	¿Orden?	¿Repetición?	Estrategia y cálculo
a) Menús	— (dos pasos)	—	Árbol (ver la caja de herramientas): 3 · 2 = **6**
b) Números 1, 2, 3	Sí	Sí	Casillas: 3 · 3 = **9** (11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33)
c) Sin repetir	Sí	No	Casillas: 3 · 2 = **6** (12, 13, 21, 23, 31, 32)
d) Parejas al cine	No	No	Lista: AB, AC, AD, BC, BD, CD → **6**
e) Capitán y portero	Sí	No	Casillas: 4 · 3 = **12**
f) 3 libros	Sí	No	Casillas: 3 · 2 · 1 = **6**

Para pensar: en d) y e) se eligen 2 personas de 4 sin repetir; en e) además importa quién es capitán y quién portero. Cada pareja de d) da lugar a 2 repartos de cargos (AB y BA), por eso:

$$12 = 6 \cdot 2$$

Tarjeta 1 · Candados y quinielas

a) Importa el orden (no es lo mismo 123 que 321) y se pueden repetir cifras: tres casillas con 10 opciones cada una.

$$10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000 \text{ combinaciones}$$

b) Sin repetir: la primera rueda tiene 10 opciones, la segunda 9 y la tercera 8.

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

c) Primera manera (contar lo contrario): total menos las que tienen las tres cifras distintas.

$$1000 - 720 = 280$$

Segunda manera (por casos): las tres cifras iguales son 10 (000, 111, …, 999). Con exactamente dos iguales: se elige qué rueda es la distinta (3 formas), la cifra repetida (10) y la cifra distinta (9).

$$10 + 3 \cdot 10 \cdot 9 = 10 + 270 = 280$$

d) Cada partido es una casilla con 3 opciones (1, X, 2) y se pueden repetir.

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81 \text{ columnas}$$

Para 15 partidos:

$$3^{15} = 14\,348\,907 \text{ columnas (con calculadora)}$$

Tarjeta 2 · El podio

a) Importa el orden (oro no es lo mismo que plata) y no se repite: casillas oro, plata y bronce.

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ podios}$$

b) Ana puede estar en 3 escalones; los otros 2 escalones se reparten entre las 5 restantes.

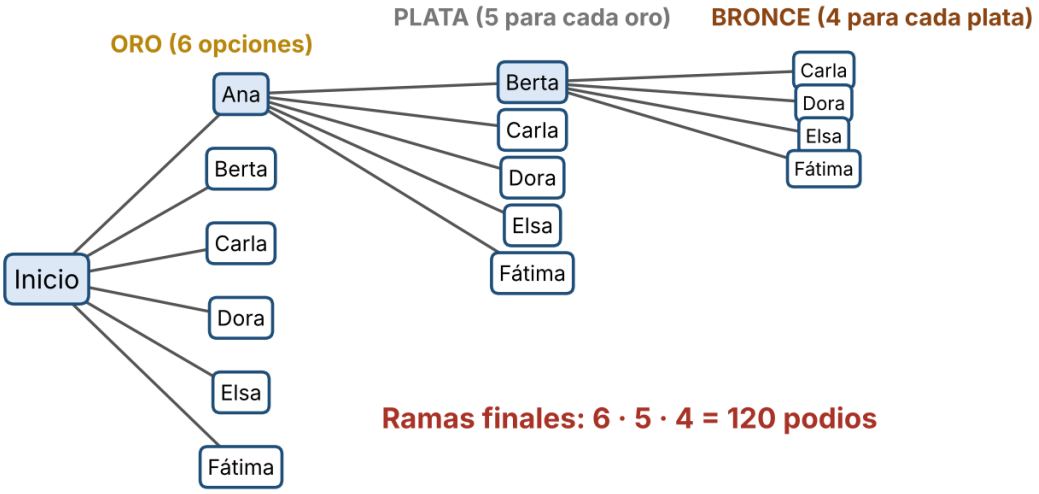
$$3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

c) Ana en 3 escalones posibles y los 2 huecos restantes entre 4 corredoras (sin Ana ni Berta).

$$3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$$

Comprobación: podios con Ana y Berta a la vez: 3 · 2 · 4 = 24, y 60 − 24 = 36.

d) Del inicio salen 6 ramas (oro), de cada una 5 (plata) y de cada una de ellas 4 (bronce). El número de caminos completos es el producto.



Tarjeta 3 · La foto de grupo

a) Lista ordenada: MPL, MLP, PML, PLM, LMP, LPM.

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

b) Cinco casillas: el primero de la fila tiene 5 opciones, el segundo 4, y así sucesivamente.

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

c) Marta y Pau forman un bloque: se ordenan 4 «objetos» y, dentro del bloque, hay 2 órdenes (MP o PM).

$$(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot 2 = 24 \cdot 2 = 48$$

d) Contar lo contrario: total menos los que salen juntos.

$$120 - 48 = 72$$

Tarjeta 4 · Palabras y caminos

a) SOL, SLO, OSL, OLS, LSO, LOS.

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

b) Si las dos A fueran distintas saldrían 4 · 3 · 2 · 1 = 24 palabras, pero cada palabra aparece dos veces (cambiando las A de sitio). Quitamos repetidos:

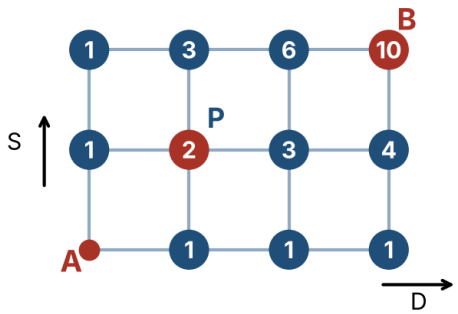
$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

c) Todo camino tiene 3 D y 2 S. Lista en orden alfabético: DDDSS, DDSDS, DDSSD, DSDDS, DSDSD, DSSDD, SDDDS, SDDSD, SDSDD, SSDDD → **10 caminos**.

d) De A a P: 1 D y 1 S (DS o SD), 2 caminos. De P a B: 2 D y 1 S (DDS, DSD, SDD), 3 caminos. Cada camino de la primera parte se combina con cada uno de la segunda:

$$2 \cdot 3 = 6$$

e) A cada cruce solo se puede llegar desde el cruce de su izquierda o desde el de debajo, así que los caminos que llegan son la suma de los que llegan a esos dos.



Tarjeta 5 · Equipos y cargos

a) No importa el orden. Lista: AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE → **10 parejas**.

b) Con cargos sí importa el orden: casillas delegado/a y subdelegado/a.

$$5 \cdot 4 = 20$$

Cada pareja de a) da lugar a 2 repartos de cargos, por eso hay el doble:

$$20 = 10 \cdot 2$$

c) Elegir los 3 que forman el equipo es lo mismo que elegir los 2 que se quedan fuera: hay tantos equipos de 3 como parejas, **10**. También quitando repetidos (cada equipo de 3 se puede ordenar de 3 · 2 · 1 = 6 formas):

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{60}{6} = 10$$

d) Cada persona da la mano a 5, pero así cada apretón se cuenta dos veces (una por cada persona).

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ apretones}$$

Tarjeta 6 · La heladería

a) No importa el orden y no se repite. Lista (F, C, V, L): FC, FV, FL, CV, CL, VL → **6**. Quitando repetidos:

$$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

b) Los 6 anteriores más los de un solo sabor (FF, CC, VV, LL).

$$6 + 4 = 10$$

c) Importa el orden y se repite: dos casillas (arriba y abajo) con 4 opciones cada una.

$$4 \cdot 4 = 16$$

d) Elegir 3 sabores es lo mismo que elegir el sabor que se queda fuera: **4 tarrinas**.

Tarjeta 7 · Números con condiciones

a) Tres casillas sin repetir.

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

b) Empezamos por la casilla con condición: la última cifra es 2 o 4 (2 opciones); la primera tiene 4 opciones y la del medio 3.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

c) La primera cifra es 3, 4 o 5 (3 opciones); las otras dos casillas tienen 4 y 3 opciones.

$$3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$$

d) Por casos según la primera cifra. Si empieza por 3 o por 5: 2 opciones al principio, 2 al final (2 o 4) y 3 en medio. Si empieza por 4: la última solo puede ser 2, y quedan 3 opciones en medio.

$$2 \cdot 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot 1 = 12 + 3 = 15$$

Tarjeta 8 · Inventad el enunciado (ejemplos de respuesta)

a) Elegir capitán/a y subcapitán/a entre 4 personas (importa el orden, no se repite).

b) Lanzar una moneda 4 veces y anotar cara o cruz (importa el orden, se repite).

c) Colocar 5 libros distintos en una estantería.

d) Formar parejas entre 5 amigos (no importa el orden): es el apartado a) de la tarjeta 5.

e) Números de 3 cifras escritos solo con 1, 2 y 3, pudiendo repetir; o un menú con 3 primeros, 3 segundos y 3 postres.

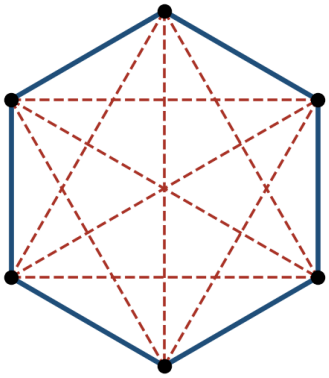
Reto A · Polígonos y diagonales

a) Desde cada punto salen 5 segmentos, pero cada segmento se cuenta dos veces (una desde cada extremo).

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ segmentos}$$

b) De los 15 segmentos, 6 son lados del hexágono.

$$15 - 6 = 9 \text{ diagonales}$$



6 lados (azul) + 9 diagonales (rojo) = 15

c) Con 8 vértices hay (8 · 7) : 2 = 28 segmentos, de los que 8 son lados: 28 − 8 = **20 diagonales**. Método general: desde cada vértice salen tantas diagonales como vértices menos 3 (él mismo y sus dos vecinos), y cada diagonal se cuenta dos veces:

$$\frac{8 \cdot (8-3)}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

d) Tabla: 4 lados → 2; 5 → 5; 6 → 9; 7 → 14. Es el **heptágono**:

$$\frac{7 \cdot 4}{2} = 14$$

Reto B · El reparto de caramelos

a) Fijamos los caramelos de Ana. Si Ana tiene 0, Bea y Carlos se reparten 5: (0,5), (1,4), …, (5,0), 6 formas. Si Ana tiene 1, quedan 4: 5 formas. Y así sucesivamente:

$$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$$

b) Damos primero un caramelo a cada uno; quedan 2 para repartir libremente. Ana 0 → 3 formas, Ana 1 → 2, Ana 2 → 1:

$$3 + 2 + 1 = 6$$

Ticket de salida individual

Caso	Frase	Cálculo
a) distintos, se puede repetir	Importa quién gana cada premio y una persona puede ganar los dos	5 · 5 = **25**
b) distintos, máximo uno	Importa el orden, no se repite	5 · 4 = **20**
c) iguales, máximo uno	No importa el orden, no se repite: cada pareja se contaba dos veces en b)	20 : 2 = **10**
d) iguales, se puede repetir	No importa el orden; las 10 parejas de c) más las 5 formas de que una persona gane las dos	10 + 5 = **15**

e) 25 > 20 > 15 > 10. Permitir que alguien gane dos premios añade casos (a > b y d > c); que los premios sean iguales quita casos, porque los repartos que solo se diferencian en el orden pasan a ser el mismo (a > d y b > c).