Azar y datos

Problemas de estadística y probabilidad · Nivel A

En las olimpiadas, los problemas de probabilidad casi nunca piden una fórmula: piden **contar bien** o **encontrar una forma inteligente de mirar el experimento**. Y los de estadística suelen esconder un problema de álgebra detrás de la media o de la desviación típica. Los problemas de esta ficha (**nivel A**) se resuelven con las herramientas de 1.º de Bachillerato: contar con cuidado, probabilidad condicionada y parámetros estadísticos.

Herramientas que vas a necesitar

Regla de Laplace. Si todos los resultados son igual de probables, $P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$.

Suceso contrario. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. Muchas veces es más fácil contar lo que *no* queremos.

Probabilidad condicionada. $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$: es la probabilidad de A *sabiendo* que ha ocurrido B.

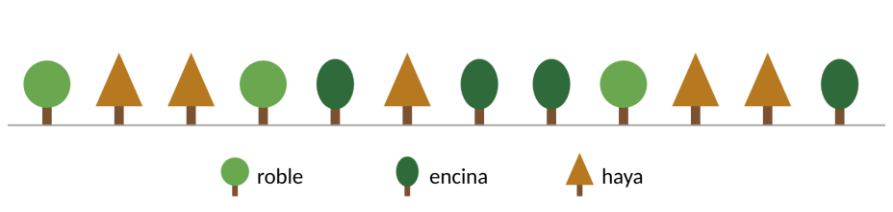
Media y desviación típica de n datos $x_1, \ldots, x_n$: $\bar{x} = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$ y $\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$.

Nivel A

Problema A1. Árboles en fila

OME, fase local 2009-10.

Un jardinero planta en una fila, en orden aleatorio, 3 robles, 4 encinas y 5 hayas. Todas las ordenaciones son igual de probables. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya dos hayas seguidas?



Problema A2. Cinco números misteriosos

Cinco números enteros positivos tienen media 5, mediana 5 y una única moda, que vale 8.



a) Halla los cinco números y demuestra que no hay otra posibilidad.

b) Calcula su desviación típica.

c) ¿Se puede añadir un sexto número entero positivo de forma que la mediana siga siendo 5 y la moda siga siendo única e igual a 8?

Problema A3. Las tres cartas



En una bolsa hay tres cartas: una roja por las dos caras, otra blanca por las dos caras y otra roja por una cara y blanca por la otra. Se saca una carta al azar y se coloca sobre la mesa sin mirarla; la cara que queda a la vista es roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la cara oculta también sea roja?

Muchas personas responden $1/2$. ¿Tienen razón?

Pistas

A1. No coloques los 12 árboles a la vez. Coloca primero los 7 que no son hayas: ¿cuántos huecos quedan para las hayas (contando los extremos)?

A2. Ordena los números: $a \leq b \leq c \leq d \leq e$. ¿Quién es c? ¿Cuánto suman los cinco? ¿Cuántas veces tiene que aparecer el 8, y dónde?

A3. No cuentes cartas: cuenta **caras rojas**. Hay tres caras rojas posibles a la vista y todas son igual de probables.